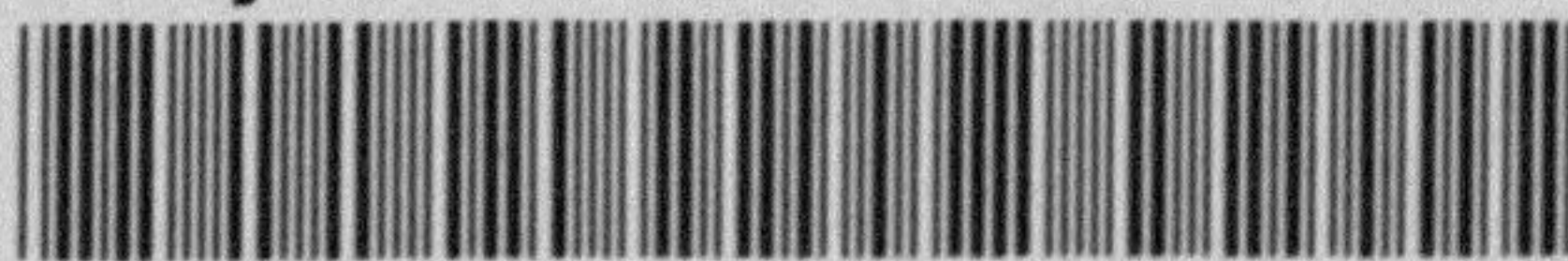


40
Phys. sp.

187

n

Bayerische Staatsbibliothek



<36645701730014

Bestimmung der Empfindlichkeitskonstanten
eines
Galvanometers mit astatischem Nadelpaar
und aperiodischer Dämpfung.

Inaugural - Dissertation
zur Erlangung der Doctorwürde
der hohen philosophischen Facultät
der
Georg - Augusts - Universität zu Göttingen
vorgelegt von
Robert Pauli.

Göttingen 1893.

Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei.

(W. Fr. Kästner.)

Referent: Prof. Riecke.

Tag der mündlichen Prüfung: 7. März.



Göttingen 1893.

Druck der Buchdruckerei Univ.-Buchdruckerei

(W. F. Kistner.)

Seinem teuren Vater

in Dankbarkeit

gewidmet.

Seinem teuren Vater

in Dankbarkeit

gewidmet.

Inhalts-Uebersicht.

	Seite
Einleitung	1—8
I. Praktische Herstellung der aperiodischen Dämpfung	8—10
II. Differentialgleichung der aperiodisch gedämpften Schwingungen eines astatischen Nadelpaares mit Hinweis auf die genauere Definition der Constanten	
Definition der Empfindlichkeitskonstanten	10—16
Bestimmung einiger Constanten der benützten Apparate	16—19
Beobachtungen der Bewegung eines aperiodisch gedämpften Magnet- nadelpaares	19—33
III. Berechnung der Empfindlichkeitskonstante C aus den vorliegenden beiden Beobachtungsreihen und Bestimmung der Empfindlichkeitskonstante C durch Vergleich mit der Tangentenbussole	33—53
IV. Anwendung des Energieprincips auf das Problem der aperiodischen Dämpfung.	53—55
V. Nachtrag	55—59
Tabellen.	

Inhalts-Übersicht

Seite	
1-8	Einleitung
8-10	I. Praktische Herstellung der aperiodischen Dämpfung
	II. Differentialgleichung der aperiodisch gedämpften Schwingungen eines
	astatischen Nadelapparates mit Hinweis auf die genauere Definition der
	Constanten
10-16	Definition der Empfindlichkeitskonstanten
16-19	Bestimmung einiger Constanten der benutzten Apparate
	Beobachtungen der Bewegung eines aperiodisch gedämpften Magnet-
19-33	nadelapparates
	III. Berechnung der Empfindlichkeitskonstante C aus den vorliegenden beiden
	Beobachtungsreihen und Bestimmung der Empfindlichkeitskonstante C
33-53	durch Vergleich mit der Tangentialtheorie
	IV. Anwendung des Energiprinzips auf das Problem der aperiodischen
53-55	Dämpfung
55-59	V. Nachtrag
	Tabellen

Die Bestimmung der Empfindlichkeitskonstanten eines Galvanometers kann zunächst ihre Lösung dadurch finden, dass man das betreffende Galvanometer vergleicht mit einem uns bereits bekannten Messinstrumente z. B. einer Sinus- oder Tangentenbussole etc. Die praktische Ausführung scheint darnach sehr einfach. Ueberlegt man jedoch, dass bei einer solchen Bestimmung eine ganz erhebliche Reihe von Constanten zu ermitteln ist, die alle mit mehr oder minder grossen Beobachtungs- und Versuchsfehlern behaftet sein werden, so wird man sich fragen, ob nicht eine direktere Methode zur Bestimmung der Empfindlichkeitskonstante, die wir mit C bezeichnen wollen, vorzuziehen ist.

Es war zuerst Wilh. Weber, der von der Gauss'schen Gleichung der gedämpften Schwingung ausgehend, diesen Weg einschlug.

Die Differential-Gleichung der gedämpften Schwingung eines Magneten war von Gauss in der Form gegeben worden:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + n^2(x-p) + 2\varepsilon \frac{dx}{dt} = 0.$$

Hier ist p die Ruhelage des Magneten, x die Entfernung von dieser Ruhelage zur Zeit t , n^2 die Kraft, soweit sie von der Horizontalintensität des Erdmagnetismus und der Torsion herrührt, bezogen auf die Einheit der Ablenkung, 2ε die Kraft der Dämpfung, bezogen auf die Einheit der Geschwindigkeit; diese sämtlichen Grössen noch dividiert durch das Trägheitsmoment des Systems. Gauss gab das Integral dieser Gleichung unter der Form:

$$x = p + A \cdot e^{-\varepsilon t} \sin \cdot \{ \sqrt{(n^2 - \varepsilon^2)} \cdot (t - B) \}$$

wo e die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet, A und B die Integrationskonstanten sind; (Band 5 der gesammelten Werke, S. 389).

Gauss wies nach, wie die Beschaffenheit von ε resp. von n die Bewegung

des Magneten bedingt und zeigte, dass für $\varepsilon < n$ die Bewegung eine periodische, für $\varepsilon \geq n$ eine aperiodische sein müsse. Der letztere Fall, welchem Gauss keine weitere Beachtung geschenkt hat, wurde zuerst von E. Du Bois Reymond eingehender studiert. (Berliner Berichte 1869 S. 511, 1870 S. 537 und 1873 S. 778).

Zur Bestimmung der Empfindlichkeitskonstanten eines Galvanometers wurde die Beobachtung der Dämpfung zuerst von Wilhelm Weber benutzt und zwar in dem Falle einer periodischen Dämpfung. Dass auch die Beobachtung einer aperiodischen Bewegung in demselben Sinne zu verwerthen sei, hat zuerst Riecke gezeigt und auf seine Anregung hin habe ich die möglichst genaue Ausführung einer solchen Bestimmung unternommen.

Die Differentialgleichung der gedämpften Schwingung, kann auf folgende Form gebracht werden:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2q \frac{d\varphi}{dt} + p^2\varphi = 0.$$

Riecke setzt nun $\alpha_1 + \alpha_2 = -2q$

$$\alpha_1 \cdot \alpha_2 = p^2$$

sodass man die vorliegende Gleichung auch schreiben kann:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} - (\alpha_1 + \alpha_2) \frac{d\varphi}{dt} + \alpha_1 \alpha_2 \varphi = 0.$$

Hieraus erhält man zwei Integrale von der Form:

$$e^{-\alpha_i t} \left\{ \frac{d\varphi}{dt} - \alpha_i \varphi \right\} = a_i (\alpha_1 - \alpha_2) \quad i = 1, 2$$

Nach Elimination von $\frac{d\varphi}{dt}$ folgt:

$$\varphi = a_1 e^{\alpha_1 t} - a_2 e^{\alpha_2 t}$$

zur Zeit $t = 0$, ist $\varphi = a_1 - a_2 = \varphi_0$ und $\frac{d\varphi}{dt} = \alpha_1 a_1 - \alpha_2 a_2 = \omega_0$

setzt man nun fest, dass für $t = 0$, $\frac{d\varphi}{dt} = 0$ sein soll, so kann man die Bewegung der aperiodisch gedämpften Schwingung schreiben:

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{\alpha_1 e^{\alpha_2 t} - \alpha_2 e^{\alpha_1 t}}{\alpha_1 - \alpha_2}.$$

Auf dieser Gleichung beruht die Bestimmung der Constanten α_1 und α_2 , der

Differentialgleichung. Hat man zwei Paare zusammengehörender Werthe von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ und t beobachtet, so ergeben sich zwei Gleichungen zur Berechnung der 2 Unbekannten α_1 und α_2 .

Riecke setzt nun:

$$\alpha_1 t = r \cos \vartheta \quad \text{und} \quad \alpha_2 t = r \sin \vartheta$$

sodass man die Gleichung hat:

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = z = \frac{\cos \vartheta \cdot e^{r \sin \vartheta} - \sin \vartheta \cdot e^{r \cos \vartheta}}{\cos \vartheta - \sin \vartheta}$$

wobei $\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} = \frac{r}{t}$, also $\frac{r_i}{t_i} = \text{Constans}$ ist.

In mancher Hinsicht ist es zweckmässiger, die Gleichung in die Form zu bringen:

$$z = \frac{x e^y - y e^x}{x - y}$$

und nach Division mit xy

$$z = \frac{\frac{1}{y} e^y - \frac{1}{x} e^x}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}$$

Man gewinnt dabei den Vorteil, dass man nur die Funktion $\frac{1}{y} e^y$ resp. $\frac{1}{x} e^x$ zu berechnen hat und kann dann mittels einer Tabelle, die den Wert dieser Funktion für verschiedene y resp. x angiebt, die zu einer Beobachtungsreihe gehörigen x , y , resp. $t\alpha_1$, $t\alpha_2$ bestimmen. Hat man vom Anfang der Bewegung an die Magnetnadeln in gleichen Zeitintervallen beobachtet, kennt man die anfängliche Ablenkung φ_0 von der späteren Gleichgewichtslage, so kann man die Werthe von $\frac{\varphi}{\varphi_0} = z$ für die aufeinanderfolgenden Beobachtungszeiten berechnen und erhält so die Gleichungen:

$$\text{für } t = 0, \quad z = 1$$

$$\text{für } t = t_1 = 1, \quad z_1 = \frac{\frac{1}{y_1} e^{y_1} - \frac{1}{x_1} e^{x_1}}{\frac{1}{y_1} - \frac{1}{x_1}}$$

$$\text{für } t = 2t_1 = 2, z_2 = \frac{\frac{1}{y_1} e^{2y_1} - \frac{1}{x_1} e^{2x_1}}{\frac{1}{y_1} - \frac{1}{x_1}}$$

$$\text{für } t = 3t_1 = 3, z_3 = \frac{\frac{1}{y_1} e^{3y_1} - \frac{1}{x_1} e^{3x_1}}{\frac{1}{y_1} - \frac{1}{x_1}}$$

.....

$$\text{für } t = nt_1 = n, z_n = \frac{\frac{1}{y_1} e^{ny_1} - \frac{1}{x_1} e^{nx_1}}{\frac{1}{y_1} - \frac{1}{x_1}}$$

Aus je zwei Beobachtungen wird es also möglich sein, die Konstanten der Dämpfung x, y , resp. α_1, α_2 zu bestimmen. Liegt eine grössere Reihe von Beobachtungen vor, so wird man für zwei beliebige Wertepaare x_0, y_0 und x_1, y_1 resp. für die ihnen entsprechenden Werthe von ϑ folgende zwei Reihen numerisch berechnen:

$$\vartheta = \vartheta_0$$

$$\vartheta = \vartheta_1$$

$$\text{für } t = 0, z_0 = 1$$

$$z_0 = 1$$

$$\text{für } t = t_1 = 1, z_1^{(\vartheta_0)} = \frac{\frac{1}{y_0} e^{y_0} - \frac{1}{x_0} e^{x_0}}{\frac{1}{y_0} - \frac{1}{x_0}}$$

$$z_1^{(\vartheta_1)} = \frac{\frac{1}{y_1} e^{y_1} - \frac{1}{x_1} e^{x_1}}{\frac{1}{y_1} - \frac{1}{x_1}}$$

$$\text{für } t = 2t_1 = 2, z_2^{(\vartheta_0)} = \frac{\frac{1}{y_0} e^{2y_0} - \frac{1}{x_0} e^{2x_0}}{\frac{1}{y_0} - \frac{1}{x_0}}$$

$$z_2^{(\vartheta_1)} = \frac{\frac{1}{y_1} e^{2y_1} - \frac{1}{x_1} e^{2x_1}}{\frac{1}{y_1} - \frac{1}{x_1}}$$

$$\text{für } t = 3t_1 = 3, z_3^{(\vartheta_0)} = \frac{\frac{1}{y_0} e^{3y_0} - \frac{1}{x_0} e^{3x_0}}{\frac{1}{y_0} - \frac{1}{x_0}}$$

$$z_3^{(\vartheta_1)} = \frac{\frac{1}{y_1} e^{3y_1} - \frac{1}{x_1} e^{3x_1}}{\frac{1}{y_1} - \frac{1}{x_1}}$$

.....

.....

$$\text{für } t = nt_1 = n, z_n^{(\vartheta_0)} = \frac{\frac{1}{y_0} e^{ny_0} - \frac{1}{x_0} e^{nx_0}}{\frac{1}{y_0} - \frac{1}{x_0}} \quad z_n^{(\vartheta_1)} = \frac{\frac{1}{y_1} e^{ny_1} - \frac{1}{x_1} e^{nx_1}}{\frac{1}{y_1} - \frac{1}{x_1}}$$

Wenn nun die Werte von ϑ_1 und ϑ_0 von einander sehr verschieden, $\vartheta_1 - \vartheta_0$ sehr gross ist, so wird zwischen den beiden so berechneten Reihen und der beobachteten Reihe folgendes Verhältniss bestehen:

Werte von z für $\vartheta = \vartheta_0$	beobachtetes z	Werte von z für $\vartheta = \vartheta_1$
$z_0^{(\vartheta_0)} = 1$	$= z_0 = 1$	$= z_0^{(\vartheta_1)} = 1$
$z_1^{(\vartheta_0)}$	$> z_1$	$> z_1^{(\vartheta_1)}$
$z_2^{(\vartheta_0)}$	$> z_2$	$> z_2^{(\vartheta_1)}$
$z_3^{(\vartheta_0)}$	$> z_3$	$> z_3^{(\vartheta_1)}$
$\dots$	$> \dots$	$> \dots$
$z_n^{(\vartheta_0)}$	$> z_n$	$> z_n^{(\vartheta_1)}$

Hat man die Werthe von ϑ_0 und ϑ_1 so getroffen, dass diese Beziehung zwischen $z_i^{(\vartheta_0)}$, z_i , $z_i^{(\vartheta_1)}$ besteht, so wird man die Differenz $(\vartheta_0 - \vartheta_1)$ immer kleiner machen, bis man zuletzt auf zwei berechnete Reihen stösst, von welchen die erste nur um ein klein wenig kleinere die zweite um ein klein wenig grössere Werte von z liefert, als die beobachteten z_i selbst sind, so dass nun das Schema folgendermassen aussieht:

Werte von z für $\vartheta = \vartheta_0$	beobachtetes z	Werte von z für $\vartheta = \vartheta_1$
$z_0^{(\vartheta_0)} = 1$	$= z_0 = 1$	$= z_0^{(\vartheta_1)} = 1$
$z_1^{(\vartheta_0)} = z_1 - \delta_0^{(1)}$	z_1	$z_1^{(\vartheta_1)} = z_1 + \delta_1^{(1)}$
$z_2^{(\vartheta_0)} = z_2 - \delta_0^{(2)}$	z_2	$z_2^{(\vartheta_1)} = z_2 + \delta_1^{(2)}$
$z_i^{(\vartheta_0)} = z_i - \delta_0^{(i)}$	z_i	$z_i^{(\vartheta_1)} = z_i + \delta_1^{(i)}$

wo die δ kleine Grössen sind.

Wir wollen nun dazu übergehen, die Eigenschaften unserer z -fläche zu betrachten.

Man sieht zunächst, dass für die Werte $x = 0$ oder $y = 0$, $z = 1$ ist; somit unsere z -fläche, wenn wir die xy Ebene als die Ebene des Papiers betrachten, in der Höhe 1 über dem Papiere durch zwei zueinander senkrechte Linien geschnitten wird.

In der weiteren Diskussion wollen wir nun die alte Bezeichnung $x = r \cos \vartheta$, $y = r \sin \vartheta$ wieder einführen. Die Gleichung der Fläche ist dann:

$$z = \frac{xe^y - ye^x}{x - y}$$

Es sind dann zunächst folgende drei Fälle zu unterscheiden:

- 1) $0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2}$
- 2) $\frac{\pi^0}{2} \leq \vartheta \leq \pi$
- 3) $\pi^0 \leq \vartheta \leq \frac{3\pi}{2}$
- 4) $\frac{3\pi^0}{2} \leq \vartheta \leq 2\pi$

1. Fall:

$$0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2}$$

$$r \cos \vartheta = +x, \quad r \sin \vartheta = +y$$

- a) Ist $y > 1$ und $x > 1$, so ist, wenn $y > x$, $xe^y > ye^x$ folglich z stets negativ.
- b) $y \geq 1$ und $x \leq 1$; dann ist $xe^y \leq ye^x$, folglich z positiv, 0 oder negativ.
- c) $y < 1$ und $x < 1$ und y immer $> x$ dann ist $\frac{1}{y} e^y > \frac{1}{x} e^x$ folglich z stets positiv.

Da im 1. Falle x mit y vertauscht werden kann, ist die z -fläche zu der

Ebene der Diagonalkurve $\frac{d \frac{1}{x} e^x}{d \frac{1}{x}} = e^x (1 - x) = z$ symmetrisch. In dieser Curve

nimmt z von dem Punkt $x = y = 0$ bis zu dem Punkte $x = y = 1$ von $z = 1$

bis $z = 0$ ab. Von dem Punkte $x = y = 1$ ab nähert sich die Curve $z = 0$ nach beiden Seiten asymptotisch der x und y Axe und bildet so die Grenze zwischen den positiven und negativen z , von denen die ersteren alle Werte von 1 bis 0 annehmen und die letzteren von 0 bis $-\infty$.

2. Fall.

$$\frac{\pi}{2} \leq \vartheta \leq \pi$$

$$r \cos \vartheta = -x, \quad r \sin \vartheta = +y.$$

Wie leicht zu ersehen ergibt sich Fall 4 aus Fall 2 durch Vertauschung von x und y , es ist also die Fläche in diesen beiden Quadranten symmetrisch zu der Diagonalebene des I. Quadranten. Die Diagonalkurve des zweiten und vierten Quadranten ist:

$$\frac{\frac{1}{y} e^y + \frac{1}{y} e^{-y}}{\frac{2}{y}} = \frac{e^y + e^{-y}}{2} = z.$$

Sie steigt also von dem Punkte $x = y = 0$ bis $y = \pm \infty$ und $x = \mp \infty$ von dem Werte 1 bis ins Unendliche; Kreisschnitte, die als Mittelpunkt den Punkt $x = y = 0$ haben, liefern, wo sie die y Achse treffen, den Wert $z = 1$. Schreitet man auf ihnen fort im umgekehrten Sinne des Zeigers einer Uhr, so nehmen die Werte von z zu und nehmen sobald man die Diagonalkurve überschritten, wieder bis zum Werte 1 auf der negativen x Achse ab. Man sieht, dass in dem II. und IV. Quadranten die z -fläche auch zu ihrer Halbirungsebene symmetrisch ist.

3. Fall.

$$\pi \leq \vartheta \leq \frac{3}{2}\pi$$

$$z = \frac{\frac{1}{y} e^{-y} - \frac{1}{x} e^{-x}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}$$

Zunächst sieht man, dass die z -Fläche auch hier zu der Halbirungsebene der Quadranten I und III symmetrisch ist. Da wir also immer wie zuvor $y > x$ annehmen können, so sieht man, dass z vom Punkte $x = y = 0$ bis $x = y = \infty$

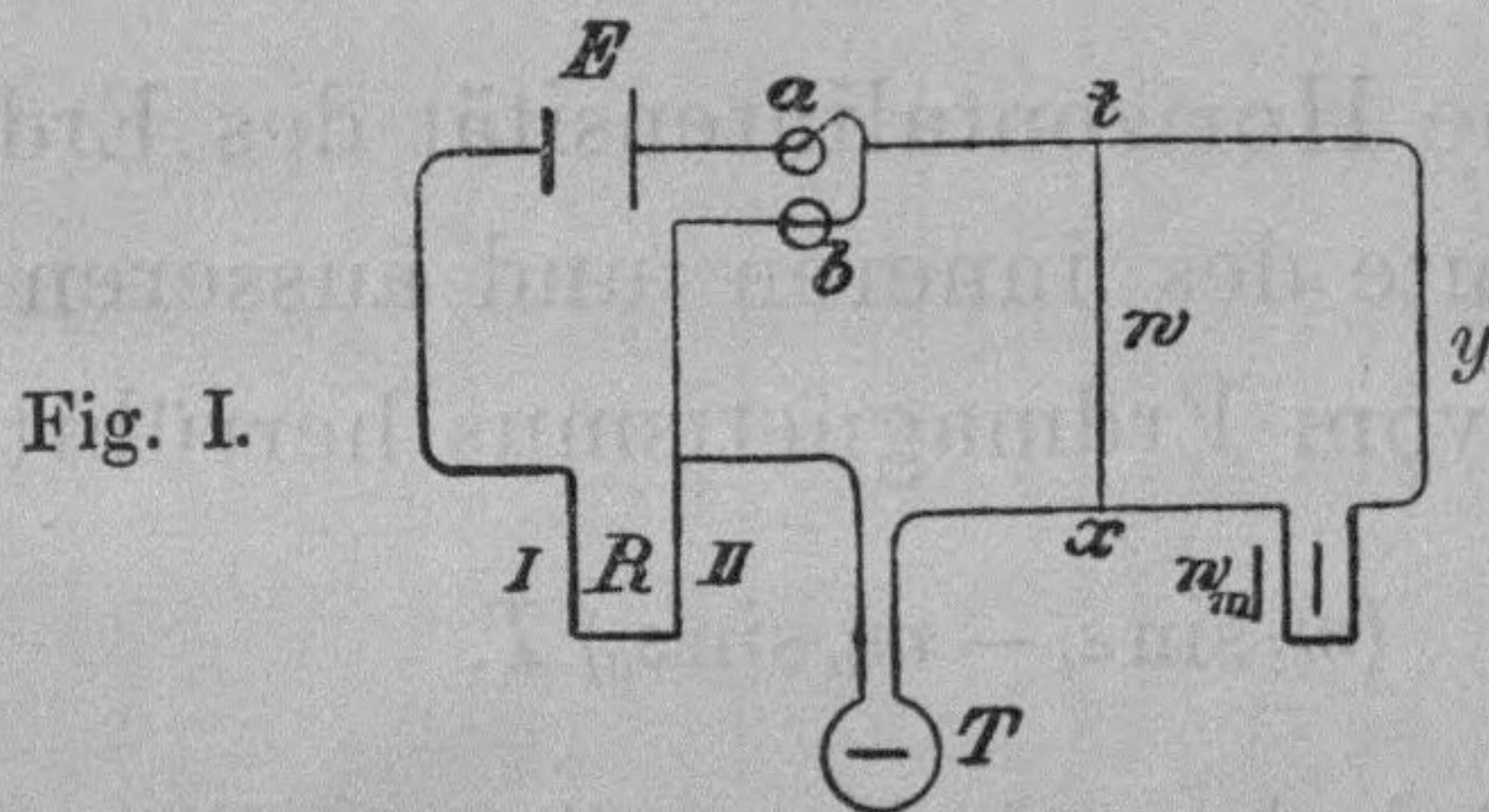
von 1 bis 0 längs eines jeden Meridianschnittes abnimmt, die z -fläche sich somit der xy Ebene asymptotisch anschmiegt. Dieser Teil der z -fläche ist der für die aperiodische Dämpfung wesentliche.

Nachdem wir so die Differentialgleichung der aperiodisch gedämpften Schwingung zur Genüge erklärt haben, sollen im folgenden die Mittel zur Realisierung der theoretischen Voraussetzungen besprochen werden.

Praktische Herstellung der aperiodischen Dämpfung.

Wie bereits gesagt, gehen wir aus von einem Galvanometer mit astatischem Nadelpaar. Die Magnetnadeln, die dabei benutzt wurden, hatten eine Länge von 75 mm., ihr Querschnitt war rechteckig und ihr Gewicht betrug im Durchschnitt 44950 mg. Dieselben Nadeln waren seiner Zeit von Riecke benutzt worden. Als Suspensionsfaden benutzte Riecke damals einen dünnen Coconfaden. Die Torsion war dadurch allerdings eine sehr geringe und infolgedessen bei der geringen magnetischen Richtkraft eine aperiodische Dämpfung ziemlich leicht zu bewerkstelligen. Ferner war es möglich, bei der infolgedessen sehr beträchtlichen Dämpfungszeit die Zeitintervalle zwischen je zwei Beobachtungen ziemlich gross anzunehmen. Dies hatte den Vorteil, dass man ziemlich genau beobachten konnte, da unter diesen Umständen die Durchgangsgeschwindigkeit der Skala durch das Fadenkreuz im Fernrohr eine mässige war. Jedoch diese beträchtliche Dämpfungszeit hatte auch wieder den grossen Nachtheil, dass bei der starken elastischen Nachwirkung die Coconfäden die Verschiebung von einer Ruhelage zur andern eine ganz bedeutende war. Die Genauigkeit der Beobachtungen musste darunter erheblich leiden. So war es der Wunsch von Herrn Prof. Riecke, dass ich bei meinen Beobachtungen einen langen Stahldraht benutzen sollte, um jene Fehlerquelle bei der geringen elastischen Nachwirkung eines solchen möglichst zu eliminieren. Da nun selbst bei einer Länge von 3 Metern des betreffenden Drahtes und einem Querschnitt von ca. 0,04 mm. die Torsionskraft eine ziemlich beträchtliche war, handelte es sich darum, die beiden hier in Betracht kommenden Magnete so genau wie nur möglich astatisch und ihr magnetisches Moment so gross wie nur möglich zu machen, damit die Dämpfung durch einen Multiplikator infolge von Selbstinduktion möglichst gross wurde. Der Multiplikator hatte eine Zahl von 24826 Windungen, welche aus

einem Drahte von 0,124 mm. gewickelt waren. Um dies zu erreichen, waren beide Magnete 5—6 Tage an einen grossen Hufeisenmagnet möglichst symmetrisch gelegt worden. Beim Abnehmen derselben von dem Hufeisenmagnet musste darauf geachtet werden, dass man beide möglichst genau auf dieselbe Weise abnahm. Diese ganze Manipulation wurde nun so oft gemacht, bis der Ausschlag eines sehr empfindlichen Magnetometers, ein durch die Anzahl der Versuche gegebenes Minimum erreichte, wenn beide Magnete in gleiche Entfernung und entgegengesetzte Lage zu beiden Seiten dieses Magnetometers gebracht waren. War bei dem Abnehmen der Magnete deren magnetisches Moment noch zu wenig gleich, so wurde auch auf folgende Art verfahren, die mit ziemlicher Sicherheit zum Ziele führte. Es wurde der schwächere Magnet ca. 120 Sekunden nochmals an den Hufeisenmagnet gelegt, sodann mit dem andern Magnet wieder auf das Magnetometer gebracht und die jetzige Differenz des Ausschlages beobachtet. Man konnte so, wenn man die Magnetisierung, als eine in der Zeit lineare Funktion betrachtete, bis zu ziemlich grosser Genauigkeit die magnetischen Momente einander gleich machen. Es gelang auf diese Weise den Magneten, die mit dem System der Aufhängung zusammen ein Trägheitsmoment von $451.28 \times 10^5 \text{ mm mg}$ hatten eine Schwingungsdauer von ca. 38 Sek. zu erteilen, wenn sie als astatisches Paar benutzt und an dem besagten Drahte aufgehängt wurden. Der ganze Aufbau war im übrigen wie die nebenstehende Figur I zeigt.



E bedeutet ein Bunsen Element, von wo aus der Strom zunächst durch den Rheostaten *R* ging. Von diesem ging der Strom teils zum Element zurück, teils durch die Tangentenbussole *T*, von dieser wiederum durch die Leitungen w_m und *w* zum Element zurück. In der Leitung w_m befand sich der Multiplikator dessen astatisches Paar durch den Strom abgelenkt wurde. In den Punkten *a* und *b* befand sich eine Schliessung derart, dass, nach Unterbrechung des Hauptstroms, der durch die Bewegung der Nadel induzierte Strom den Weg *xyz* ging. In dieser Anordnung liegt der Vorteil, dass man die Empfindlichkeitskonstante

zu gleicher Zeit durch den an der Tangentenbussole beobachteten Ausschlag bestimmen kann, und durch die doppelte Bestimmung eine Controlle für die Beobachtungen und Rechnungen gewinnt.

Wir gehen nun dazu über, die Differentialgleichung der Bewegung für diese Anordnung aufzustellen.

Differentialgleichung der aperiodisch gedämpften Schwingungen eines astatischen Nadelpaares mit Hinweis auf die genauere Definition der Constanten.

Definition der Empfindlichkeitskonstanten.

Es seien, um die Riecke'sche Bezeichnungsweise einzuführen, ε_i und ε_a die Winkel, welche die magnetischen Achsen des inneren und äusseren Magneten mit dem Meridiane einschliessen. Ist D die Torsionskonstante, δ der Winkel, den die Achse des unteren Magneten in der Torsions-Ruhelage mit dem Meridiane bilden würde, so hat man für das Drehungsmoment, soweit dies von der Torsion herrührt, den Ausdruck:

$$D (\delta - \varepsilon_i).$$

Bezeichnet ferner T die Horizontalintensität des Erdmagnetismus, m_i und m_a die magnetischen Momente des inneren und äusseren Magneten, so ist das Drehungsmoment, soweit es vom Erdmagnetismus herrührt:

$$(m_i \sin \varepsilon_i - m_a \sin \varepsilon_a) T.$$

Dies wird also in der Ruhelage des astatischen Paares durch das oben erwähnte Drehungsmoment der Torsion im Gleichgewicht erhalten werden, vorausgesetzt, dass kein Strom die Windung des Multiplikators durchfliesst; somit ist:

$$D (\delta - \varepsilon_i) = (m_i \sin \varepsilon_i - m_a \sin \varepsilon_a) T.$$

Nunmehr werde der Strom eines galvanischen Elementes durch den Multiplikator geschickt und übe auf die Nordpole der beiden Magnete in der Richtung senkrecht gegen die Ebene der Multiplikator-Windungen Kräfte aus, welche reduziert auf die Einheit des nördlichen Magnetismus durch P_i und P_a

bezeichnet werden mögen. Es ist dann das von Seiten des Stromes auf das astatische Paar ausgeübte Drehungsmoment:

$$i_m P_i m_i \cos(u + \varepsilon_i - \gamma) + i_m P_a m_a \cos(u + \varepsilon_a - \gamma)$$

wo γ den Winkel bedeutet, den die Ebene des Multiplikators mit dem Meridiane bildet und u den Ablenkungswinkel von der Ruhelage bezeichnen möge.

Das Drehungsmoment, welches vom Suspensions-Faden herrührt, wird nunmehr:

$$-D(u + \varepsilon_i - \delta)$$

und das Drehungsmoment, des Erdmagnetismus:

$$- \{m_i \sin(u + \varepsilon_i) - m_a \sin(u + \varepsilon_a)\} T.$$

Hierzu kommt noch ein weiteres rückwirkendes Drehungsmoment, was durch die Bewegung des Nadelpaares verursacht wird, nämlich das Drehungsmoment des Induktionsstromes. Es bedeute V das Potential des astatischen Paares auf die Gesammtheit der Windungen des Multiplikators, falls diese von einem Strom von der Intensität 1 durchflossen werden. Dann ist:

$$\frac{\partial V}{\partial u} \cdot \frac{du}{dt}$$

die bei der Drehung der Magnete um den Winkel du in der Zeit dt ausgeübte elektro-motorische Kraft.

Ist w_m der Widerstand des Multiplikators, so ist:

$$\frac{E}{w} = \frac{\partial V}{\partial u} \cdot \frac{du}{dt} \cdot \frac{1}{w} = i$$

die Stärke des im Multiplikator induzierten Stromes.

Da nun $-\frac{\partial V}{\partial u}$ das Drehungsmoment ist, welches ein Strom von der Stärke 1 auf das astatische Paar ausübt, so haben wir als induziertes dem Hauptstrom entgegenwirkendes Drehungsmoment

$$-\frac{1}{w} \left(\frac{\partial V}{\partial u} \right)^2 \frac{du}{dt}$$

Nun ist ferner:

$$[P_i m_i \cos(u + \varepsilon_i - \gamma) + P_a m_a \cos(u + \varepsilon_a - \gamma)]$$

das vom Strome 1 ausgeübte Drehungsmoment, somit gleich $-\frac{\partial V}{\partial u}$; daher

ergiebt sich für das rückwirkende Drehungsmoment, soweit es vom Induktionsstrom herrührt, der Ausdruck:

$$-\frac{\{P_i m_i \cos(u + \varepsilon_i - \gamma) + P_a m_a \cos(u + \varepsilon_a - \gamma)\}^2}{w} \cdot \frac{du}{dt}.$$

Ferner wird noch ein Drehungsmoment hinzukommen, das vom Widerstand der Luft und der inneren Reibung des Suspensionsfadens herrührt und das wir mit Gauss gleich $-P^2 \frac{du}{dt}$ setzen.

Wir haben also als wirkende Kräfte folgende:

$$1) + i_m P_i m_i \cos(u + \varepsilon_i - \gamma) + i_m P_a m_a \cos(u + \varepsilon_a - \gamma)$$

$$2) - D(u + \varepsilon_i - \delta)$$

$$3) - [m_i \sin(u + \varepsilon_i) - m_a \sin(u + \varepsilon_a)] T$$

$$4) - \frac{\{P_i m_i \cos(u + \varepsilon_i - \gamma) + P_a m_a \cos(u + \varepsilon_a - \gamma)\}^2}{w} \frac{du}{dt}$$

$$5) - P^2 \frac{du}{dt}.$$

Bezeichnen wir mit K das Trägheitsmoment des ganzen Systems, so ergibt sich als Bewegungsgleichung:

$$K \frac{d^2 u}{dt^2} = i_m P_i m_i \cos(u + \varepsilon_i - \gamma) + i_m P_a m_a \cos(u + \varepsilon_a - \gamma) - D(u + \varepsilon_i - \delta) - [m_i \sin(u + \varepsilon_i) - m_a \sin(u + \varepsilon_a)] T - \frac{\{P_i m_i \cos(u + \varepsilon_i - \gamma) + P_a m_a \cos(u + \varepsilon_a - \gamma)\}^2}{w} \frac{du}{dt} - P^2 \frac{du}{dt}.$$

Nun ist $\cos u$, da u , wie aus den Beobachtungen hervorgeht, sehr klein ist, gleich 1, sodass wir Kraft 3 auch schreiben können:

$$- T[m_i u \cos \varepsilon_i + m_i \sin \varepsilon_i - m_a u \cos \varepsilon_a - m_a \sin \varepsilon_a].$$

Ferner fanden wir:

$$D(\varepsilon_i - \delta) = -T(m_i \sin \varepsilon_i - m_a \sin \varepsilon_a).$$

sodass als Resultante von Kraft 2 und 3 folgendes bleibt:

$$-u[(m_i \cos \varepsilon_i - m_a \cos \varepsilon_a) T + D].$$

Als Bewegungsgleichung haben wir demnach folgende Differentialgleichung:

$$K \frac{d^2 u}{dt^2} - i_m (P_i m_i \cos \alpha_i + P_a m_a \cos \alpha_a) + u \{ (m_i \cos \varepsilon_i - m_a \cos \varepsilon_a) T + D \} + \left(\frac{(P_i m_i \cos \alpha_i + P_a m_a \cos \alpha_a)^2}{w} + P^2 \right) \frac{du}{dt} = 0$$

wobei $\cos \alpha_i = \cos (u + \varepsilon_i - \gamma)$ und $\cos \alpha_a = \cos (u + \varepsilon_a - \gamma)$ angenommen sind. Sind speciell die Werte von $\cos \alpha_i$, $\cos \alpha_a$, $\cos \varepsilon_i$, $\cos \varepsilon_a$ gleich eins d. h. diese Winkel sehr klein, so hat man die einfachere von Riecke aufgestellte Differentialgleichung:

$$K \frac{d^2 u}{dt^2} + \left(\frac{C^2}{w} + P^2 \right) \frac{du}{dt} + \left((m_i - m_a) T + D \right) u = C i_m$$

wo $C = P_i m_i + P_a m_a$ die Empfindlichkeitskonstante bedeutet.

Ob die genannten Winkel einzeln genommen jene Eigenschaft haben, lässt sich nur schwer entscheiden, da das astatische Paar nie ein und dieselbe Ruhelage hat, sondern diese nach Aufstellung des ganzen Apparates oft um mehrere Grade ändert; auch die Winkel ε_i und ε_a entziehen sich der direkten Beobachtung, doch sind immerhin ε_i und γ für einige Tage, zumal, wenn man das Ganze einige Zeit sich selbst überliess als konstant zu betrachten. Das Ganze so anzuordnen, dass die Winkel gleich 0 sind, ist wegen der elastischen Nachwirkung und der Aenderung des Stab-Magnetismus schlechterdings unmöglich; erst, nachdem wir die aperiodische Bewegung mit Bezug auf ihr Gesetz untersucht haben, können wir uns ein gewisses Urteil über die Grösse dieser Winkel bilden. (Siehe Nachtrag).

Wir geben daher dem Faktor von $\frac{du}{dt}$ in obiger Differentialgleichung nicht die einfache Form von Riecke, sondern nehmen einen genaueren Ausdruck an, indem wir den Wert der Empfindlichkeit C nicht gleich $P_i m_i + P_a m_a$ setzen, sondern gleich $P_i m_i \cos \alpha_i + P_a m_a \cos \alpha_a$. Entwickelt man nun nach Potenzen von u , und berücksichtigt nur die beiden ersten Glieder der Entwicklung, so findet man als Faktor von $\frac{du}{dt}$ in der Differentialgleichung:

$$\frac{\{ P_i m_i \cos (\varepsilon_i - \gamma) + P_a m_a \cos (\varepsilon_a - \gamma) \}^2 + P^2}{w}$$

und die Empfindlichkeitskonstante kann dann gleich

$$P_i m_i \cos(\varepsilon_i - \gamma) + P_a m_a \cos(\varepsilon_a - \gamma)$$

gesetzt werden, ein Ausdruck welcher sich auf $m_i P_i + m_a P_a$ reduciert, wenn die Winkel $\varepsilon_i - \gamma$ und $\varepsilon_a - \gamma$ klein sind. Man sieht, dass $C = P_i m_i + P_a m_a$ den Maximalwert der Empfindlichkeit liefert, dass also ein Galvanometer am empfindlichsten ist, wenn $\varepsilon_i - \gamma = \varepsilon_a - \gamma = 0$ sind. Wir kehren nun zu unserer Differentialgleichung zurück. Diese ist zunächst, wenn man sie durch K dividiert von der Form:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2q \frac{du}{dt} + p^2 u - \text{Constans} = 0.$$

Die Konstante bestimmt man, indem man festsetzt, dass zur Zeit wo $\frac{du}{dt} = \frac{d^2 u}{dt^2} = 0$, dass astatistische Paar also eine konstante Ablenkung erreicht hat, $u = u_0$ sei. Die Konstante ist also gleich:

$$p^2 u_0 = \left(\frac{D + (m_i \cos \varepsilon_i - m_a \cos \varepsilon_a) T}{K} \right) u$$

sodass die Gleichung die einfache Form hat:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2q \frac{du}{dt} + p^2 (u - u_0) = 0$$

Setzt man nun $u - u_0 = -\varphi$ so ergiebt sich:

$$\text{I) } \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2q \frac{d\varphi}{dt} + p^2 \varphi = 0.$$

Nun ist aber $2qK = \frac{C^2}{w} + P^2$ daher:

$$C = \sqrt{2wK \left(q - \frac{P^2}{2K} \right)}$$

Zur Bestimmung von P^2 dient die Beobachtung der Dämpfung bei geöffnetem Multiplikator. Die Bewegungsgleichung ist unter diesen Umständen gegeben durch

$$K \frac{d^2 u}{dt^2} + P^2 \frac{du}{dt} + \{ D + (m_i \cos \varepsilon_i - m_a \cos \varepsilon_a) T \} u = 0$$

oder wenn wir setzen $P^2 = 2q_0 K$ ist die Gleichung von der Form:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2q_0 \frac{du}{dt} + p^2 u = 0$$

Da die Dämpfung eine periodische, so ist $q_0 = \frac{\lambda}{\tau}$ wo λ das logarithmische Decrement, τ die Schwingungsdauer des astatischen Paares bedeutet; für die Empfindlichkeitskonstante berechnet sich daher der Wert:

$$C = \sqrt{2 w K \left(q - \frac{\lambda}{\tau} \right)} = \sqrt{2 w K (q - q_0)}$$

Wir wenden uns nun zu der Bestimmung von C durch Vergleichung mit der Tangentenbussole. War wie zuvor angegeben i_m die Stärke des den Multiplikator durchfließenden Stromes, so bestand die Beziehung:

$$i_a (m_i P_i \cos a_i + m_a P_a \cos a) = \{ (m_i \cos \varepsilon_i - m_a \cos \varepsilon_a) T + D \} \varphi_0$$

wobei φ_0 die durch den Strom i_m erzeugte konstante Ablenkung bedeutet und

$$a_i = \varphi_0 + \varepsilon_i - \gamma$$

$$a_a = \varphi_0 + \varepsilon_a - \gamma.$$

Führen wir die alten Bezeichnungen wieder ein, so schreibt sich diese Gleichung:

$$i_a C \cos \varphi_0 = p^2 K \varphi_0 + i (P_i m_i \sin(\varepsilon_i - \gamma) + P_a m_a \sin(\varepsilon_a - \gamma)) \varphi_0.$$

Sind die Winkel $\varepsilon_i - \gamma$ und $\varepsilon_a - \gamma$ klein, so bestimmt sich C durch die Gleichung:

$$C = \frac{K \varphi_0 p^2}{i_m \cos \varphi_0}$$

dabei berechnet sich der Wert i_m aus dem die Tangentenbussole durchlaufenden Ströme und den Widerständen w_m und w , wie aus unserer Figur I. ersichtlich ist.

Das Integral der Gleichung I ist, wie früher nachgewiesen, ist:

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{\alpha_1 e^{\alpha_2 t} - \alpha_2 e^{\alpha_1 t}}{\alpha_1 - \alpha_2}$$

wo $\alpha_1 = -q + \sqrt{q^2 - p^2}$; $\alpha_2 = -q - \sqrt{q^2 - p^2}$ d. h. $\alpha_1 + \alpha_2 = -2q$; $\alpha_1 \alpha_2 = p^2$.

Das Gesetz, nach welchem das astatische Nadelpaar infolge der ablenkenden Kraft Ci_m des Stromes i_m sich bewegt, ist hier durch vollständig bestimmt. Man sieht, dass dasselbe Gesetz gilt für den Rückgang des Nadelpaares nach der Ruhelage, falls der ablenkende Strom unterbrochen wird, d. h. falls $Ci_m = 0$ wird.

Wir werden in den folgenden Versuchen die erste Bewegung, durch welche das Nadelpaar von seiner Ruhelage um den Winkel φ_0 abgelenkt wird, den Hingang, die Bewegung, bei welcher das Nadelpaar wieder in seine Ruhelage zurückkehrt, als den Rückgang bezeichnen.

Falls die elastische Nachwirkung bei den anzustellenden Versuchen eine sehr geringe ist, lässt sich das Gesetz dieser Bewegung durch Spiegel und Skala ziemlich genau prüfen, da insbesondere im Falle des Rückganges nachtheilige Einwirkung, wie Berührung zweier Metalle an den Schliessungen, Inkonstans des ablenkenden Stromes, vermieden wird. Wir gehen nun zu den Versuchen selbst über.

Bestimmung einiger Constanten.

Der Multiplikator, der zu den folgenden Versuchen verwendet worden war, bestand aus einem Holzrahmen von elliptischer Form, der mit seideumsponnenem Kupferdraht von 0,124 mm Dicke bewickelt war. Als Tangentenbussole diente eine Bussole, deren Reduktionsfaktor von Weber (Elektrodyn.-Maasbestimmungen IV. Abh. S. 259) zu $\frac{1}{262.1}$ bestimmt worden ist.

Da die Versuche sich über mehrere Tage ausdehnten und eine unveränderliche Stellung des Spiegels zur Skala notwendig war, war folgende Einrichtung getroffen. Es waren 2 Coconfäden mit kleinen Gewichtchen beschwert in einem Abstände von fast genau 1500 mm, entsprechend der Länge der Skala, angebracht und zwar so, dass wenn man das Fernrohr auf den Galvanometerspiegel einstellte, die beiden mit dem Teilstriche 0 und dem Teilstriche 1500 der Skala zusammenfallenden Fäden gleiche Entfernung vom Aufhängedrahte der Magnete befassen. Diese Anordnung hatte den Vorteil, dass man jede zufällige Verschiebung der Skala regulieren und ihre Stellung zum Spiegel genau feststellen konnte.

Die Entfernung der Fäden von dem Suspensionsdrahte des Multiplikators betrug 2635,2 mm für den Faden, der auf dem Teilstrich 0,9 mm der Skala einspielte, und 2642,5 mm für den Faden, welcher auf 1499,3 mm einspielte. Es

berechnete sich somit als senkrechter Abstand des Suspensions-Fadens von der Skala 2526,54 mm und nachdem die Spiegeldicke 3,05 mm bei einem Brechungsindex des betreffenden Glases von 1,57 in Rechnung gebracht war, als definitive Entfernung von Spiegel zur Skala 2523,40 mm.

Der senkrechte Abstand des Bussolenspiegels von der Skala betrug 2027,67 mm.

Im Teil I des Rheostaten befanden sich 20 Siemens, im Teil II desselben 0,7 Siemens.

Der Widerstand w_m des Multiplikators mit seinem Schliessungskreis betrug $6792,6 \times 9440 \times 10^6$ mm sec. und der Widerstand der Leitung w $0,6216 \times 9440 \times 10^6$ mm sec. bei der durchschnittlichen Beobachtungs-Temperatur von $18,5^\circ$ C.

Zur Messung des ersten Widerstandes wurde die Methode der Wheatsonbrücke angewendet. Bei diesen Messungen lieferten den Strom 2 Bunsenelemente die hintereinander geschaltet waren. Zwischen den Punkten 1 und 2 befand sich ein Wiedemannsches Galvanometer (vergl. Fig. II). Der bekannte Widerstand w wurde so lange verändert, bis die Widerstände der Brücke nahezu

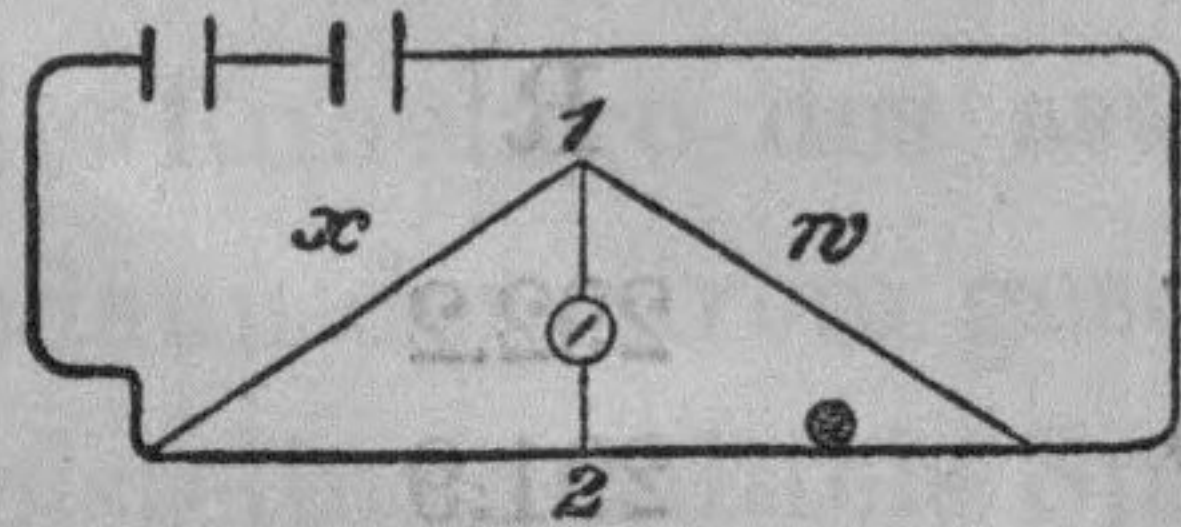


Fig. II.

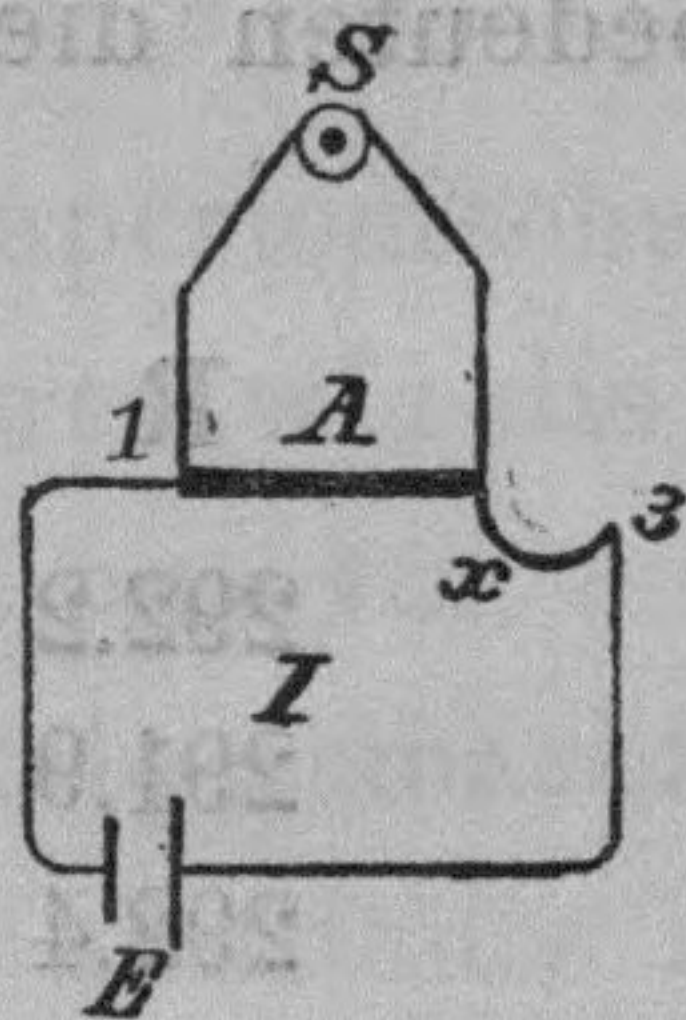


Fig. III.

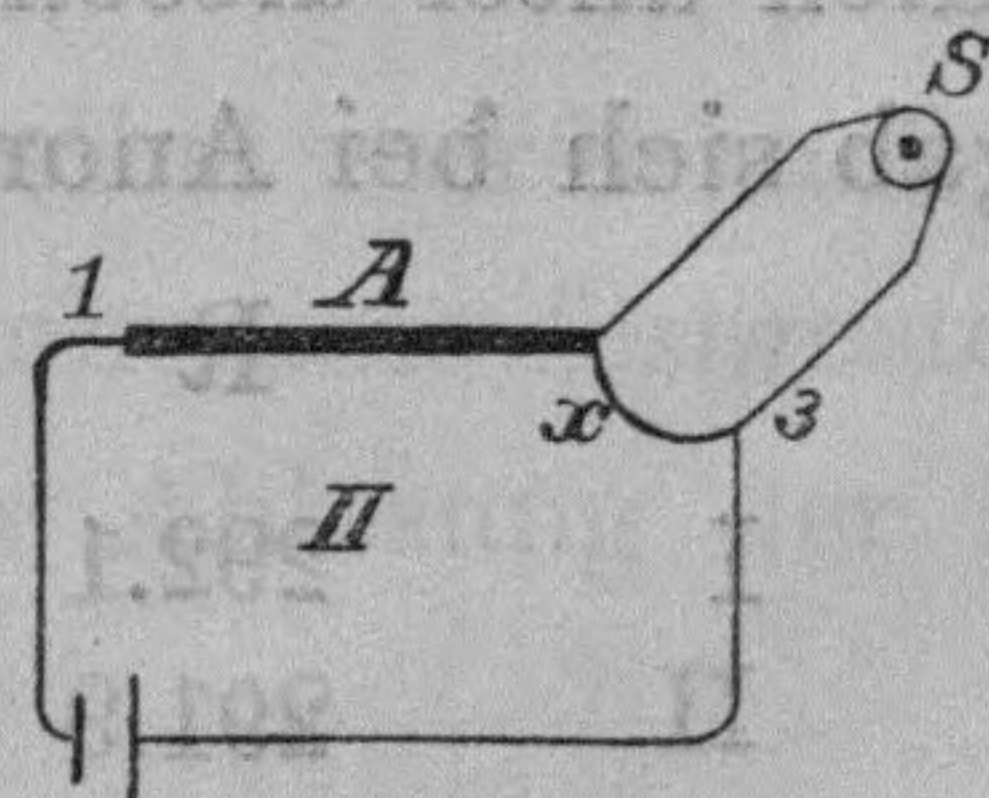


Fig. IV.

einander gleich waren und zu gleicher Zeit das Galvanometer nur noch eine kleine Ablenkung zeigte. Bei dieser Anordnung gab eine Vermehrung resp. Verminderung des Widerstandes w um 1 Siemens schon einen sehr beträchtlichen Ausschlag im Galvanometer. Reduziert auf eine Temperatur von 18° waren bei obiger Anordnung für den unbekannten Widerstand folgende 2 Werte gefunden worden: 6791,6 und 6790,2; ferner fanden sich bei Vertauschung von x und w die Werte 6793,9 und 6792,3 also im Mittel 6792,0. Hierzu kam noch der Widerstand w der Verzweigung, der, da er aus einem kurzen Kupferdraht bestand mittelst folgender Methode bestimmt wurde.

Die Enden eines Galvanometers, wie nebenstehende Fig. III zeigt, waren

mit den Enden eines bekannten und dem einen Ende des unbekannten Widerstandes verbunden, und ein Strom durch dieses System geschickt, wobei der Ausschlag des Galvanometers beobachtet wurde. Darauf wurde in 1 die Verbindung mit dem Galvanometer gelöst, und dies Ende, wie es Figur IV zeigt, in 3 befestigt, der Strom wieder geschlossen und der Ausschlag abermals beobachtet. Darauf wurde der bekannte Widerstand so lange um einen bekannten Widerstand vergrößert, oder verkleinert, bis die so betrachteten Ausschläge, somit auch der bekannte und unbekannte Widerstand nahezu einander gleich waren. Auf alle Fälle bestand die Relation:

Ausschlag I: Ausschlag II = bekannter Widerstand: unbekanntem Widerstand.

Diese Methode eignet sich wohl für sehr kleine Widerstände, leidet aber allerdings an dem Uebelstand, dass kein Element einen auf die Dauer konstanten Strom liefert. Will man sich von der Constanz des Elementes unabhängig machen, so muss man die vollständigeren Methoden benutzen, welche die Anwendung eines Differentialgalvanometers voraussetzen. In folgendem finden sich die Resultate der Beobachtungen: *R* bedeutet die Ruhelage des Galvanometers, *A* die Ablenkung desselben, nachdem der Strom geschlossen war. Die Zahlen unter diesen Buchstaben bedeuten die Spiegeleinstellung in mm, und es ergab sich bei Anordnung

	R	A	R	A	R
I	292.1	363.2	292.2	220.7	292.2
II	291.9	362.9	291.9	220.7	291.9
I	292.2	363.0	292.4	221.8	292.5
II	292.1	361.1	292.2	222.9	292.3

Der bekannte Widerstand betrug 0,6 Siemens, woraus sich als Widerstand des unbekannten Teiles der Wert ergibt 0.5926. Nun war der 20.5 Teil dieses Widerstandes vor der Messung abgenommen worden; somit betrug der Widerstand der Leitung $w = 0.6216$ Siemens, bei einer Temperatur von 18.5^0 C.

Das Trägheitsmoment wurde dadurch bestimmt, dass dasselbe um einen bestimmten Betrag K_I vergrößert wurde. Zu diesem Zwecke waren 2 kleine fast gleiche Gewichtchen zusammen 36.427 gr. wiegend mittelst eines Coconfaden verbunden und über den oberen Magnet in passender Weise gelegt worden. Ihr Abstand betrug 74.52 mm. Es wurden nun 3 Beobachtungen von je 3 Sätzen in Bezug auf die Schwingungsdauer τ gemacht und zwar die 1^{te} und 3^{te} ohne auf-

gehängte Gewichte die zweite mit diesen Gewichten. Aus der ersten Beobachtung berechnet sich $\tau = 38.951^{sec}$, aus der zweiten $\tau_k = 56.715^{sec}$ und aus der dritten $\tau = 38.940^{sec}$ also im Mittel $\tau = 38.946^{sec}$ woraus sich mittelst der Formel $K = K_1 \frac{\tau^2}{\tau_k^2 - \tau^2} = 451.28 \times 40^5$ um mq. berechnet.

Hier können wir bemerken, dass die Differenz zwischen der Schwingungsdauer des 1 und 3 Satzes davon herührte, dass infolge des Auflegens der Gewichte immerhin eine Veränderung der gegenseitigen Lage der Magnete hervorgerufen wird. Man muss überhaupt bei der so grossen Empfindlichkeit des ganzen Systems sehr vorsichtig die Gewichte auflegen, da sonst eine Verschiebung der Ruhelage um mehrere hundert Scalenteile eintreten kann. Ferner ist darauf zu achten, dass die Gewichte möglichst genau einander gleich sind, andernfalls die Skala zu sehr nach unten resp. oben verschoben werden muss und man kein genaues Urteil gewinnt, wie die Verschiebung der Ruhelage der Magnete infolge des Auflegens der Gewichte sich geändert hat.

Beobachtungen der Bewegung eines aperiodisch gedämpften Magnetnadelpaares.

Bei den Beobachtungen der aperiodischen Dämpfung selbst wurde zunächst die Ruhelage des astatischen Paares wie die der Tangentenbussole festgestellt, sodann der Strom geschlossen und nun von 5 zu 5 Sek. eine Ablesung der Nadelstellung mittels Spiegel und Skala gemacht.

Die Zeit, bis die Nadeln die konstante Ablenkung φ_0 erreicht hatten, betrug durchschnittlich 135 Sek., und während dieser Zeit konnte auch die Ablenkung der Tangentenbussole leicht festgestellt werden.

Sobald nun die konstante Ablenkung $\varphi = \varphi_0$ erreicht war, wurde der Strom unterbrochen und genau wie bei dem Hingang die Bewegung beim Rückgang von 5 zu 5 Sek. beobachtet; sowie hier eine konstante Lage wieder erreicht war, wurde der Strom abermals geschlossen und genau in derselben Weise wie zuvor die Beobachtungen angestellt.

I. Beobachtungstag 22. August 1891.

1. Beobachtungssatz

Lage des astatischen Nadelpaares ausgedrückt in Skalenteilen:

Zt.	Hingang	Rückgang	Hingang	Rückgang
0 Sek.	948.3			
5	950.0	977.0	949.8	976.5
10	4.0	3.1	953.7	2.7
15	7.9	969.0	7.7	968.5
20	961.9	5.0	961.6	4.8
25	5.0	1.8	4.8	1.4
30	7.8	950.0	7.6	958.8
35	970.0	6.8	9.7	6.4
40	1.8	5.0	971.6	4.8
45	3.4	3.7	3.0	3.3
50	4.6	2.5	4.0	2.1
55	5.5	1.6	4.9	7.2
60	6.1	0.9	5.7	0.4
65	6.7	0.1	6.1	949.8
70	7.2	949.8	6.7	9.3
75	7.7	9.3	7.0	9.0
80	7.9	9.1	7.3	8.7
85	8.0	8.9	7.6	8.4
90	8.2	8.7	7.8	8.1
95	8.4	8.4	8.0	8.0
100	8.5	8.2	8.0	7.9
105	8.6	8.1	8.0	7.8
110	8.7	8.1	8.1	7.8
115	8.8	8.0	8.1	7.7
120	8.8	8.0	8.2	7.6
125	8.8	8.0	8.3	7.6
130	8.8	8.0	8.4	7.6
135	8.8	8.0	8.4	7.6

Ablenkung der Tangentenbussole
betrug (1238.0—754.9) mm.

Ablenkung der Tangentenbussole
betrug (1239.1—755.1) mm.

2. Beobachtungssatz

Lage des ästatischen Nadelpaares ausgedrückt in Skalenteilen

Zt.	Hingang	Rückgang	Hingang	Rückgang
0 Sek.	946.9			
5	8.9	976.0	948.8	975.6
10	952.7	2.0	952.7	1.8
15	6.9	968.0	6.8	967.6
20	960.8	4.0	960.6	3.9
25	4.0	0.6	3.8	0.6
30	6.9	957.9	6.6	957.9
35	9.1	5.6	8.9	5.6
40	971.0	3.9	970.7	3.9
45	2.3	2.4	2.1	2.3
50	3.4	1.2	3.2	1.2
55	4.3	0.3	4.1	0.3
60	5.0	949.6	4.9	949.5
65	5.6	9.0	5.4	9.0
70	6.0	8.8	5.9	8.7
75	6.2	8.3	6.2	8.2
80	6.7	8.0	6.7	8.0
85	6.9	7.9	6.9	7.9
90	7.0	7.6	7.0	7.8
95	7.1	7.3	7.0	7.6
100	7.3	7.1	7.1	7.5
105	7.4	7.1	7.1	7.3
110	7.5	7.1	7.2	7.2
115	7.6	7.0	7.2	7.1
120	7.7	7.0	7.3	7.0
125	7.8	7.0	7.4	6.9
130	8.8	7.0	7.4	6.9
135	7.8	7.0	7.5	6.9

Ablenkung der Tangentenbussole
betrug (1242.3—755.3) mm.

Ablenkung der Tangentenbussole
betrug (1242.9—755.5) mm.

Es wurden nun, nachdem die Skala des Galvanometerfernrohrs mit einem Comparator verglichen war, die Ablenkungen des Nadelpaares mit Berücksichtigung der excentrischen Stellung des Fernrohrs auf Winkel reduziert.

Es berechnen sich aus den Ablenkungen folgende Winkel:

1. Beobachtungssatz.

Ablenkungen von der Ruhelage bei

Zt.	Hingang	Rückgang	Hingang	Rückgang
0 Sek.	0	0	0	0
5	140"	147"	147"	155"
10	464	465	463	468
15	795	800	786	788
20	1100	1126	1099	1111
25	1349	1384	1357	1385
30	1580	1609	1588	1633
35	1758	1786	1758	1789
40	1900	1937	1908	1921
45	2035	2036	2024	2039
50	2134	2136	2110	2136
55	2208	2208	2182	2208
60	2258	2264	2249	2272
65	2305	2327	2282	2321
70	2345	2351	2329	2363
75	2397	2394	2352	2388
80	2404	2411	2377	2412
85	2412	2428	2403	2436
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
135	2475.0	2499.4	2477.9	2500.7

Aehnlich berechnen sich aus obenstehenden Ablenkungen als Ablenkungswinkel von der Ruhelage beim

2. Beobachtungssatz.

Zt.	Hingang	Rückgang	Hingang	Rückgang
0 Sek.	0	0	0	0
5	163"	145"	146"	154"
10	471	479	462	470
15	812	798	795	777
20	1125	1127	1100	1110
25	1384	1401	1358	1376
30	1620	1617	1587	1592
35	1798	1808	1773	1783
40	1948	1940	1917	1915
45	2057	2064	2031	2047
50	2150	2160	2124	2135
55	2225	2232	2200	2206
60	2281	2289	2266	2272
65	2332	2340	2305	2315
70	2365	2356	2348	2338
75	2381	2396	2372	2378
80	2420	2420	2411	2394
85	2435	2428	2426	2402
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
135	2511	2501	2476	2484

Wir haben hier die Beobachtungen von 18—29 nicht mit angegeben, weil aus ihnen wegen der geringen Bewegung sich nur schwer eine Gesetzmässigkeit erkennen lässt und ohnedies aus den hier vorliegenden jeweiligen 17 Beobachtungen sich zur Genüge die Konstanten unserer Differentialgleichung bestimmen lassen.

Was die Verschiebung der Ruhelage durch elastische Nachwirkung und durch magnetische Variationen betrifft, so kann deren Grösse jedesmal aus der Differenz der letzten Reihen der Rückgänge, wie sie S. 20 und 21 vorliegen,

berechnet werden; wir sehen, dass sie eine äusserst kleine ist und nicht immer in demselben Sinne stattfindet. Wir betrachten dieselbe als eine lineare Funktion der Zeit, und berechnen die Ablenkungen nach Elimination dieser Verschiebung der Ruhelage nun folgendermassen:

1. Beobachtungssatz

Ablenkungen von der Ruhelage nach Elimination der elastischen Nachwirkung bei

Zt.	Hingang	Rückgang	Hingang	Rückgang
0 Sek.	0"	0"	0"	0"
5	141	160	148	172
10	465	479	465	486
15	796	814	789	806
20	1102	1141	1102	1130
25	1352	1399	1361	1405
30	1584	1625	1592	1653
35	1762	1802	1763	1811
40	1905	1954	1914	1943
45	2040	2053	2031	2061
50	2140	2153	2118	2160
55	2214	2226	2191	2232
60	2265	2282	2258	2297
65	2312	2346	2292	2346
70	2353	2372	2340	2389
75	2405	2414	2364	2415
80	2413	2432	2390	2439
85	2422	2449	2416	2464

Wir haben hier die Beobachtungen von 18—20 nicht mit angegeben, weil aus ihnen wegen der geringen Bewegung sich nur schwer eine Gesetzmässigkeit erkennen lässt und ohne aus dem vorliegenden 7 Beobachtungen sich zur Genüge die Konstanten unserer Differentialgleichung bestimmen lassen. Aehnlich berechnen sich wiederum nach Elimination der Verschiebung der Ruhelage die Ablenkungen zu dem 2. Beobachtungssatz folgendermassen:

2. Beobachtungssatz.

Ablenkung von der Ruhelage nach Elimination der elastischen
Nachwirkung bei

Zt.	Hingang	Rückgang	Hingang	Rückgang
0 Sek.	0"	0"	0"	0"
5	162	151	147	158
10	470	473	465	475
15	812	793	800	781
20	1124	1121	1107	1115
25	1383	1395	1359	1381
30	1629	1611	1588	1597
35	1797	1802	1775	1788
40	1947	1934	1918	1920
45	2055	2058	2033	2053
50	2148	2153	2126	2141
55	2223	2225	2202	2212
60	2278	2282	2268	2279
65	2330	2333	2307	2321
70	2363	2348	2350	2345
75	2378	2388	2374	2385
80	2416	2412	2414	2401
85	2432	2420	2429	2409
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
135	2506	2492	2481	2493

Wir wollen nun in Folgendem die Hingänge und Rückgänge gesondert behandeln. Bei den Rückgängen, kommen, wie schon hervorgehoben wurde, nur die Beobachtungsfehler und die Fehler, welche von der geringen elastischen Nachwirkung herrühren, in Betracht. Wir berechnen für jeden einzelnen Rückgang die Werthe von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ und nehmen erst aus diesen Werthen das arithmetische Mittel; bei den Hingängen dagegen bilden wir das arithmetische Mittel schon aus den φ und berechnen daraus die Werthe $\frac{\varphi}{\varphi_0}$.

Um die jeweiligen φ zu bilden, haben wir die einzelnen Zahlen der Beobachtung, wie sie auf Seite 24 und 25 angegeben sind von den Zahlen der letzten

Reihe wo das astatische Paar die Ruhelage resp. die konstante Ablenkung φ_0 erreicht hat zu subtrahieren, und es ergibt sich dann als Wert von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$:

Wert von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ bei den Hingängen der beiden Beobachtungssätze I und II im Mittel

	Zt.	I.	II.
0 Sek.	1	1	1
5	0.942	0.938	
10	0.813	0.812	
15	0.681	0.677	
20	0.557	0.552	
25	0.455	0.450	
30	0.362	0.359	
35	0.291	0.284	
40	0.233	0.225	
45	0.181	0.180	
50	0.144	0.143	
55	0.115	0.112	
60	0.091	0.088	
65	0.075	0.070	
70	0.057	0.055	
75	0.041	0.047	
80	0.035	0.031	
85	0.028	0.025	

Wir haben die Mittelwerte von 1 und zwei gesondert gebildet, um ein Urteil zu gewinnen über die Uebereinstimmung der Beobachtungssätze I und II die durch einen Zeitraum von ungefähr 20 Minuten von einander getrennt waren. Es berechnet sich als Mittel aus beiden Reihen:

Um die jeweiligen φ zu bilden, haben wir die einzelnen Zahlen der Beobachtung, wie sie auf Seite 24 und 25 angegeben sind von den Zahlen der letzten

Zt.		Zt.	
0 Sek.	1	45 Sek.	0.181
5	0.940	50	0.143
10	0.812	55	0.113
15	0.679	60	0.090
20	0.554	65	0.072
25	0.452	70	0.056
30	0.360	75	0.044
35	0.287	80	0.033
40	0.229	85	0.026

Bei den Rückgängen berechnen sich folgende Werte von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$

Werte von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ bei den Rückgängen

des I. Beobachtungssatzes

des II. Beobachtungssatzes

Zt.	1	1	1	1
0 Sek.				
5	0.937	0.932	0.940	0.936
10	0.810	0.808	0.810	0.810
15	0.677	0.682	0.682	0.686
20	0.548	0.559	0.550	0.553
25	0.445	0.445	0.440	0.446
30	0.356	0.347	0.353	0.359
35	0.286	0.285	0.277	0.283
40	0.225	0.233	0.224	0.229
45	0.186	0.186	0.174	0.176
50	0.133	0.133	0.136	0.141
55	0.119	0.119	0.107	0.113
60	0.093	0.093	0.084	0.086
65	0.074	0.074	0.064	0.069
70	0.057	0.057	0.058	0.059
75	0.047	0.047	0.042	0.043
80	0.037	0.037	0.032	0.037
85	0.027	0.027	0.029	0.033

Hieraus ergaben sich im Mittel folgende Werte von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$

Mittelwerte von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ bei den Rückgängen der Beobachtungssätze I. u. II.

Zt.	
0 Sek.	1
5	0.936
10	0.809
15	0.682
20	0.552
25	0.444
30	0.354
35	0.282
40	0.228
45	0.180
50	0.139
55	0.114
60	0.089
65	0.069
70	0.058
75	0.044
80	0.035
85	0.029

Nachdem wir so die Werte $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ aus den Beobachtungen berechnet haben, wenden wir uns zur Berechnung der Konstanten α_1 und α_2 .

Es war

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = z = \frac{\cos \vartheta e^{-r \sin \vartheta} - \sin \vartheta e^{-r \cos \vartheta}}{\cos \vartheta - \sin \vartheta}$$

Wir nehmen zunächst einen beobachteten Wert von z z. B. den bei den Hingängen für $t = 2 \times 5$ sec. gefundenen $z = 0.812$, dazu ferner ein beliebiges ϑ z. B. $\vartheta = 3^\circ$, und bestimmen in der Gleichung für z das — r so, dass

$$z = \frac{\cos \vartheta e^{-r \sin \vartheta} - \sin \vartheta e^{-r \cos \vartheta}}{\cos \vartheta - \sin \vartheta}$$

$$= \frac{\frac{1}{\cos 3^\circ} e^{-r \cos 3^\circ} - \frac{1}{\sin 3^\circ} e^{-r \sin 3^\circ}}{\frac{1}{\cos 3^\circ} - \frac{1}{\sin 3^\circ}} = 0.812 \text{ wird;}$$

diese Bedingung wird erfüllt durch $r = + 5$.

Hätten wir ϑ richtig gewählt, so müssten, da

$$r_1 : r_2 : r_3 : \dots r_n = t_1 : t_2 : t_3 : \dots t_n = 5 : 2.5 : 3.5 : 4.5 : \dots n.5$$

ist, folgende Gleichungen stattfinden:

$$z_2 = \frac{\frac{1}{\cos 3^\circ} e^{-1.5 \cdot \cos 3^\circ} - \frac{1}{\sin 3^\circ} e^{-1.5 \cdot \sin 3^\circ}}{\frac{1}{\cos 3^\circ} - \frac{1}{\sin 3^\circ}} = 0.812$$

$$z_4 = \frac{\frac{1}{\cos 3^\circ} e^{-2.5 \cdot \cos 3^\circ} - \frac{1}{\sin 3^\circ} e^{-2.5 \cdot \sin 3^\circ}}{\frac{1}{\cos 3^\circ} - \frac{1}{\sin 3^\circ}} = 0.554$$

$$z_6 = \frac{\frac{1}{\cos 3^\circ} e^{-3.5 \cdot \cos 3^\circ} - \frac{1}{\sin 3^\circ} e^{-3.5 \cdot \sin 3^\circ}}{\frac{1}{\cos 3^\circ} - \frac{1}{\sin 3^\circ}} = 0.360$$

u. s. w.

Nun finden wir aber folgendes: $z_2 = 0.812$, $z_4 = 0.623$, $z_6 = 0.480$ woraus ersichtlich ist, dass wir ϑ grösser wählen müssen, da, wie leicht einzusehen ist, die Werte von z um so rascher kleiner werden, je mehr wir uns von dem Werte $\vartheta = 0$ dem Werte $\vartheta = 45^\circ$ nähern. Wir wollen daher $\vartheta = 21^\circ$ setzen und nun r wieder so bestimmen, dass:

$$z_2 = \frac{\frac{1}{\cos 21^\circ} e^{-r \cdot \cos 21^\circ} - \frac{1}{\sin 21^\circ} e^{-r \cdot \sin 21^\circ}}{\frac{1}{\cos 21^\circ} - \frac{1}{\sin 21^\circ}} = 0.812$$

Wir finden $r = 1.392$. Bilden wir nun die Werte von z für $\vartheta = 21^\circ$ und $r = 1.392$, so finden wir:

$$z_4 = \frac{\frac{1}{\cos 21^\circ} e^{-2 \times 1.392 \cdot \cos 21^\circ} - \frac{1}{\sin 21^\circ} e^{-2 \times 1.392 \cdot \sin 21^\circ}}{\frac{1}{\cos 21^\circ} - \frac{1}{\sin 21^\circ}} = 0.552$$

$$z_6 = \frac{\frac{1}{\cos 21^\circ} e^{-3 \times 1.392 \cdot \cos 21^\circ} - \frac{1}{\sin 21^\circ} e^{-3 \times 1.392 \cdot \sin 21^\circ}}{\frac{1}{\cos 21^\circ} - \frac{1}{\sin 21^\circ}} = 0.351$$

$$z_8 = \frac{\frac{1}{\cos 21^\circ} e^{-4 \times 1.392 \cdot \cos 21^\circ} - \frac{1}{\sin 21^\circ} e^{-4 \times 1.392 \cdot \sin 21^\circ}}{\frac{1}{\cos 21^\circ} - \frac{1}{\sin 21^\circ}} = 0.217$$

daraus schliessen wir, dass dieser Wert von ϑ zu gross ist. Gehen wir auf diese Weise immer weiter, machen also die Differenz zwischen den willkürlich gewählten ϑ immer kleiner, so finden wir, dass es zwei Wertereihen von z giebt, für $\vartheta = 18.5^\circ$ resp. 19.5° , die die beobachtete Wertereihe genügend eng einschliessen. Um nun den zwischen diesen Grenzen liegenden, der Beobachtungreihe entsprechenden richtigen Winkel zu finden, verfahren wir folgendermassen: Wir nehmen den zuerst beobachteten Wert von z , 0.940 und bestimmen ϑ und r_1 so, dass, wenn

$$z_1 = \frac{\frac{1}{\cos \vartheta_2} e^{-r_1 \cos \vartheta_2} - \frac{1}{\sin \vartheta_2} e^{-r_1 \sin \vartheta_2}}{\frac{1}{\cos \vartheta_2} - \frac{1}{\sin \vartheta_2}} = 0.940$$

ist

$$z_2 = \frac{\frac{1}{\cos \vartheta_2} e^{-2r_1 \cos \vartheta_2} - \frac{1}{\sin \vartheta_2} e^{-2r_1 \sin \vartheta_2}}{\frac{1}{\cos \vartheta_2} - \frac{1}{\sin \vartheta_2}} = 0.812$$

gleich dem beobachteten Wert von z_2 wird. Das gefundene ϑ_2 repräsentirt den Wert von ϑ , welcher durch die beiden Beobachtungen $z_1 = 0.940$ und $z_2 = 0.812$ bestimmen wird. Auf diese Weise gehen wir weiter und suchen einen Winkel ϑ_3 resp. ϑ_i so, dass, wenn

$$z_1 = \frac{\frac{1}{\cos \vartheta_3} e^{-r_1 \cos \vartheta_3} - \frac{1}{\sin \vartheta_3} e^{-r_1 \sin \vartheta_3}}{\frac{1}{\cos \vartheta_3} - \frac{1}{\sin \vartheta_3}} = 0.940$$

oder :

$$z_1 = \frac{\frac{1}{\cos \vartheta_1} e^{-r_1 \cos \vartheta_1} - \frac{1}{\sin \vartheta_1} e^{-r_1 \sin \vartheta_1}}{\frac{1}{\cos \vartheta_1} - \frac{1}{\sin \vartheta_1}} = 0.940$$

ist,

$$z_3 = \frac{\frac{1}{\cos \vartheta_3} e^{-3r_1 \cos \vartheta_3} - \frac{1}{\sin \vartheta_3} e^{-3r_1 \sin \vartheta_3}}{\frac{1}{\cos \vartheta_3} - \frac{1}{\sin \vartheta_3}} = 0.679$$

oder :

$$z_i = \frac{\frac{1}{\cos \vartheta_i} e^{-i \cdot r_1 \cos \vartheta_i} - \frac{1}{\sin \vartheta_i} e^{-i \cdot r_1 \sin \vartheta_i}}{\frac{1}{\cos \vartheta_i} - \frac{1}{\sin \vartheta_i}}$$

wird, wo für z_i der zu der entsprechenden Zeit beobachtete Wert zu setzen ist.

Wir erhalten auf diese Weise fünfzehn Werte von ϑ , wenn wir sechzehn Beobachtungen von z voraussetzen.

Hierauf nehmen wir $z_2 = 0.812$ gleich dem zweiten beobachteten Wert von z und bestimmen ähnlich wie zuvor das ϑ derart, dass, wenn die Werte

$$r_2 : r_3 : r_4 : r_i : \dots r_n = t_2 : t_3 : t_4 : t_i : \dots t_0$$

gewählt werden, die so berechneten z mit den beobachteten Werten von z gleiche Grösse haben u. s. w. Wir können demnach :

$$(n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots n - n + 1 = \frac{n(n-1)}{2}$$

Werte von ϑ erhalten, wo n die Anzahl der beobachteten z , hier also sechzehn, bedeutet. Hieraus bilden wir sodann das Mittel und erhalten den für die betreffende Beobachtungsreihe richtigen Wert von ϑ .

Nach diesem Schema wurde bei sämtlichen vorliegenden Beobachtungen verfahren, und es ergab sich am ersten Beobachtungstag am 22. August 1891 für den Wert von ϑ bei den Hingängen $\vartheta = 18.500^\circ$ und bei den hier vorliegenden Rückgängen $\vartheta = 19.020^\circ$. Wir haben in Folgenden die beobachteten z und die berechneten z nebeneinander gestellt :

Zt.	z_i beobachtet aus den Hingängen	z_i berechnet für $\vartheta = 18.500^\circ$	dabei ist
0 Sek.	1	1	$-r_1 = 0.7425$
5	0.940	0.938	
10	0.812	0.815	
15	0.679	0.680	
20	0.554	0.555	
25	0.452	0.447	
30	0.360	0.358	
35	0.287	0.288	
40	0.229	0.226	
45	0.181	0.180	
50	0.143	0.142	
55	0.113	0.112	
60	0.090	0.089	
65	0.072	0.070	
70	0.056	0.055	
75	0.044	0.043	
80	0.033	0.035	

Zt.	z_i beobachtet aus den Rückgängen	z_i berechnet für $\vartheta = 19.020^\circ$	dabei ist
0 Sek.	1	1	$-r_1 = 0.7325$
5	0.936	0.939	
10	0.809	0.815	
15	0.682	0.680	
20	0.552	0.555	
25	0.444	0.448	
30	0.354	0.356	
35	0.282	0.283	
40	0.228	0.224	
45	0.180	0.180	
50	0.139	0.140	
55	0.114	0.110	
60	0.089	0.087	
65	0.069	0.069	
70	0.058	0.054	
75	0.044	0.043	
80	0.035	0.034	

Berechnung der Empfindlichkeitskonstante C aus den vorliegenden beiden Beobachtungsreihen.

Wir haben gefunden, dass $p^2 = \alpha_1 \alpha_2$ und $q = -\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ ist.

Aus den vorliegenden Hingängen berechnet sich:

$$\text{I)} \quad \alpha_1 = -0.14083, \quad \alpha_2 = -0.04712.$$

Aus den Rückgängen:

$$\text{II)} \quad \alpha_1 = -0.13852, \quad \alpha_2 = -0.04769,$$

es ist daher im Mittel

$$\alpha_1 = -0.13967, \quad \alpha_2 = -0.04741,$$

woraus

$$q = 0.09354, \quad p^2 = 0.66214 \cdot 10^{-2}.$$

Nun ist die Empfindlichkeitskonstante:

$$C = \sqrt{2w K \left(q - \frac{\lambda}{\tau} \right)}$$

wo λ das logarithmische Decrement und τ die Schwingungsdauer des astatischen Paares bedeutet. τ betrug vom 21. bis 26. August 38.953 Sekunden. λ war gleich 0.041793 gefunden worden, daher der Wert von C aus den Hingängen

$$C_I = \sqrt{2 \times 6792.6 \times 451.28 \left(0.09397 - \frac{0.041793}{38.953} \right) \times \sqrt{10^5 \cdot 10^6 \cdot 9440}}$$

$$C_I = 2,3187 \times 10^{10},$$

aus den Rückgängen

$$C_{II} = 2.3078 \times 10^{10} \text{ also im Mittel } C = 2.3132 \times 10^{10}.$$

Bestimmung der Empfindlichkeitskonstante C durch Vergleich mit der Tangentenbussole.

Um die Empfindlichkeitskonstante:

$$C = P_i m_i \cos(\epsilon_i - \gamma) + P_a m_a \cos(\epsilon_a - \gamma)$$

durch Vergleichung mit der Tangentenbussole zu bestimmen, wollen wir folgende Resultate der Beobachtung benützen.

Wie wir gesehen haben, ist C auch durch die Gleichung $C = \frac{p^2 \varphi_0 K}{i_m \cos \varphi_0}$ gegeben, wo i_m die Stromintensität des im Multiplikator fließenden Teiles des Stammstromes bedeutet; i_m ist seinerseits durch den die Tangentenbussole durchlaufenden Strom i und die Widerstände der Leitung w_m und w gegeben.

i drückt sich aus durch die Gleichung:

$$i = \frac{T}{262.1} \cdot (1 + \Theta) \tan \frac{\varphi}{2}$$

wo T wie zuvor die Horizontalintensität des Erdmagnetismus an dem Beobachtungsort, $\frac{1}{262.1}$, wie schon erwähnt, den Reduktionsfaktor der Bussole bedeutet, und Θ der Torsionscoefficient des Aufhängefadens des Bussolenspiegels ist.

Da die Horizontalintensität des Erdmagnetismus T nicht an dem Orte der Beobachtung selbst bestimmt werden konnte, so musste der absolute Wert von einem Orte, wo er bekannt war, durch eine vergleichende Messung nach dem Beobachtungsorte übertragen werden. Dieser Ort, von welchen die absolute Horizontalintensität entlehnt wurde, war die Sternwarte zu Göttingen, wo Dr. W. Felgenträger mit den Einrichtungen des erdmagnetischen Observatoriums die Horizontalintensität bestimmte.

Um diesen bekannten Wert der Horizontalintensität, den wir T_s nennen wollen, nach dem Beobachtungsorte, dem Weber'schen magnetischen Häuschen des physikalischen Institutes zu übertragen, war ein Lokalvariometer benutzt worden. Falls ein und dieselbe ostwestliche Direktionskraft, wie es hier der Fall war, die Nadel an den beiden Orten um die Winkel α_T, α_s ablenkte, bestimmte sich unser T aus der Beziehung: $T_s : T = \tan \alpha_T : \tan \alpha_s$. Es waren nun zu diesem Zweck 3 Beobachtungsreihen mit je 5 Sätzen gemacht worden und zwar die erste im Weber'schen Häuschen, die zweite an der Sternwarte, die dritte wieder im Weber'schen Häuschen. Diese drei Beobachtungssätze nahmen eine Zeit von ca. 3 Stunden in Anspruch, während welcher die Horizontalintensität von Dr. W. Felgenträger beobachtet wurde und als nahezu konstant angesehen werden durfte.

In folgendem sind die drei Beobachtungsreihen niedergelegt, wobei die Zahlen die Anzahl der Grade angeben, um die der Nordpol der Nadel an den verschiedenen Orten abgelenkt wurde.

1. Beobachtungsreihe:

I.	II.	III.	IV.	V.
41.6°	41.5°	41.4°	41.5°	41.7°
41.4°	41.6°	41.5°	42.0°	41.3°
41.5°	42.0°	41.3°	41.6°	41.6°
41.4°	41.6°	41.6°	41.8°	41.3°

2. Beobachtungsreihe:

I.	II.	III.	IV.	V.
41.8°	42.5°	40.3°	41.6°	41.0°
42.1°	42.0°	40.1°	41.6°	41.6°
41.2°	42.4°	40.4°	42.0°	41.4°
40.9°	42.6°	41.0°	41.4°	41.9°

3. Beobachtungsreihe:

I.	II.	III.	IV.	V.
41.4°	41.2°	41.3°	41.4°	41.5°
41.6°	41.7°	41.6°	41.9°	41.4°
41.3°	41.6°	41.4°	41.4°	41.3°
41.7°	41.5°	41.6°	41.6°	41.6°

Mittel aus Beobachtungsreihe 1 und 3 ist 41.515° und aus Beobachtungsreihe 2: 41.42°, wir haben daher die Gleichung:

$$T : T_s = \frac{\tan 41.42}{\tan 41.515} \text{ i. e. } T = T_s \cdot 0.99666$$

Nunmehr können wir dazu übergehen, die Stromintensität des durch die Tangentenbussole fließenden Stromes zu berechnen. Dieselbe ist gegeben durch die Relation:

$$\frac{i}{1 + \theta} = \frac{T}{262.1} \cdot \tan \frac{\varphi}{2}$$

$$\frac{i}{1.0087} = \frac{T}{262.1} \cdot \tan \frac{\varphi}{2}$$

T war an diesem Tage gleich 1.8775; Für φ den Ausschlag der Tangentenbussole gesetzt ergaben sich bei den zwei Beobachtungsreihen die Werte:

		Mittel	$\frac{\varphi}{2}$
I)	$\left. \begin{array}{l} 48009 \text{ Sek.} \\ 48099 \text{ Sek.} \end{array} \right\}$	48054 Sek.	6° 40' 27"
II)	$\left. \begin{array}{l} 48391 \text{ Sek.} \\ 48428 \text{ Sek.} \end{array} \right\}$	48409 Sek.	6° 43' 24.5"

daher $\tan \frac{\varphi_I}{2} = 0.11702$ und $\tan \frac{\varphi_{II}}{2} = 0.11788$.

Als Werte von $\frac{i}{1+\Theta}$ ergeben sich die Zahlen $0.83821 \cdot 10^{-3}$ und $0.84445 \cdot 10^{-3}$.

Nun haben wir für die Empfindlichkeitskonstante den Ausdruck:

$$C = \frac{p^2 \frac{\varphi_0}{2} K}{i_m \cos \frac{\varphi_0}{2}}$$

wo φ_0 die Ablenkung des astatischen Paares bedeutet, und i_m die Intensität des den Multiplikator durchlaufenden Stromes ist; also für die erste Beobachtungsreihe:

$$C = \frac{w_m p_I^2 \frac{\varphi_0^I}{2} K}{i_I w \cos \frac{\varphi_0^I}{2}}$$

$$= \frac{6792.6 \times 0.66360 \cdot 10^{-2} \times 0.60199 \times 10^{-2}}{0.83821 \times 10^{-3} \times 0.99998 \times 1.0087 \times 0.6216} 451.28 \times 10^5 = 2.3300 \times 10^{10}$$

und für die zweite Beobachtungsreihe:

$$C = \frac{w_m p_{II}^2 \frac{\varphi_0^{II}}{2} K}{i_{II} w \cos \frac{\varphi_0^{II}}{2}}$$

$$= \frac{6792.6 \times 0.66067 \cdot 10^{-2} \times 0.60188}{0.84445 \times 10^{-3} \times 0.99998 \times 1.0087 \times 0.6216} 451.28 \times 10^5 = 2.3026 \times 10^{10}$$

Im Mittel $C = 2.3163 \times 10^{10}$, ein Werth, der mit dem auf die erste Weise berechneten $C = 2.3134 \times 10^{10}$ ganz gut übereinstimmt.

2. Beobachtungstag 23. August 1891.

Die hier folgenden Beobachtungen sind genau auf dieselbe Weise ausge-

führt wie die ersteren, und wir wollen daher, die Beobachtungen so mitteilen, dass die Ablenkung des astatischen Paares bereits auf Sekunden reduziert erscheinen. An diesem Tage wurde nur ein Beobachtungssatz ausgeführt der ähnlich wie die vorhergehenden Beobachtungssätze aus zwei Hingängen und zwei Rückgängen bestand.

Wir wollen wie zuvor die Hingänge und Rückgänge gesondert und genau auf dieselbe Weise behandeln.

2. Beobachtungstag.

Ablenkungen von der Ruhelage.

Zt.	Hingang	Hingang	Rückgang	Rückgang
0 Sek.	0"	0"	0"	0"
5	162	137	143	147
10	474	453	451	461
15	812	790	781	800
20	1124	1102	1100	1119
25	1383	1382	1375	1394
30	1627	1603	1583	1618
35	1814	1790	1774	1800
40	1948	1923	1915	1934
45	2075	2049	2022	2049
50	2167	2151	2130	2165
55	2232	2215	2190	2223
60	2291	2273	2254	2280
65	2339	2323	2304	2331
70	2372	2362	2338	2373
75	2404	2394	2354	2405
80	2435	2410	2386	2436
85	2442	2427	2402	2444
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
135	2508	2493	2467	2518

Wenn wir nun wie zuvor die Verschiebung der Ruhelage als lineare Funktion der Zeit betrachten, so berechnen sich die wahren Ablenkungswinkel wie folgt:

2. Beobachtungstag.

Ablenkung von der Ruhelage nach Elimination der
Verschiebung der Ruhelage

Zt.	Hingang	Hingang	Rückgang	Rückgang
0 Sek.	0"	0"	0"	0"
5	161	138	122	160
10	472	454	430	475
15	811	791	758	814
20	1121	1124	1077	1134
25	1378	1385	1351	1409
30	1622	1606	1558	1633
35	1808	1794	1747	1816
40	1941	1928	1888	1950
45	2067	2054	1994	2065
50	2158	2156	2102	2182
55	2223	2221	2160	2241
60	2280	2279	2223	2298
65	2328	2330	2273	2350
70	2360	2370	2306	2392
75	2391	2402	2321	2425
80	2421	2418	2352	2456
85	2427	2436	2367	2465
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
135	2479	2508	2426	2542

Folgendes sind die Mittelwerte der Ablenkungen bei den Hingängen:

2. Beobachtungstag.

Ablenkung von der Ruhelage als Mittelwerte der Hingänge 1 und 2

Zt.		Zt.	
0 Sek.	0"	55 Sek.	2212
5	149	60	2280
10	463	65	2329
15	801	70	2365
20	1122	75	2396
25	1382	80	2417
30	1614	85	2432
35	1801	.	.
40	1934	.	.
45	2060	.	.
50	2157	135	2494

Wir subtrahieren nun von den Werten der letzten Reihen $t = 5 \times 27$ die Werte der Ablenkungen zu den einzelnen Zeiten 0 Sek. 5 Sek. 10 Sek. 15 Sek. u. s. w. und erhalten auf diese Weise den Wert von $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$; dividieren die Differenzen durch φ_0 , den Wert der letzten Reihe und erhalten als Resultat folgende Zahlen bei Hin- und Rückgängen:

2. Beobachtungstag.

Wert von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ bei

Zt.	Hingängen	Rückgang I	Rückgang II	Mittel aus den beiden Rückgängen
0 Sek.	1.	1.	1.	1.
5	0.940	0.949	0.937	0.943
10	0.814	0.823	0.813	0.818
15	0.679	0.687	0.680	0.684
20	0.550	0.556	0.554	0.555
25	0.446	0.443	0.446	0.444
30	0.353	0.358	0.358	0.357
35	0.278	0.280	0.286	0.283
40	0.224	0.222	0.232	0.227
45	0.174	0.178	0.188	0.183
50	0.135	0.134	0.142	0.138
55	0.109	0.109	0.118	0.114
60	0.086	0.084	0.096	0.090
65	0.066	0.063	0.076	0.069
70	0.052	0.050	0.059	0.054
75	0.039	0.043	0.046	0.044
80	0.031	0.030	0.034	0.032
85	0.025	0.024	0.030	0.027

Indem wir auf die früher angedeutete Weise zu den Werten $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ des vorliegenden Hin- und Rückganges den Winkel ϑ bestimmen, finden wir, dass für die Hingänge und die Rückgänge $\vartheta = 20^\circ$ zu setzen ist.

Zt.	z_i beobachtet aus den Hingängen, Rückgängen		Mittel der $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ aus den z_i berechnet für $\vartheta = 20^\circ$	dabei sind die Werte $-r_1$ für den Hingang, Rückgang	
	Hingang	Rückgang	Hingang, Rückgang	Hingang	Rückgang
0 Sek.	1	1	1	1	1
5	0.940	0.943	0.941	0.940	0.942
10	0.814	0.818	0.816	0.817	0.818
15	0.679	0.684	0.681	0.681	0.683
20	0.550	0.555	0.553	0.554	0.557
25	0.446	0.444	0.445	0.447	0.449
30	0.353	0.357	0.356	0.356	0.357
35	0.278	0.283	0.281	0.282	0.283
40	0.224	0.227	0.225	0.223	0.225
45	0.174	0.183	0.178	0.175	0.177
50	0.135	0.158	0.137	0.138	0.139
55	0.109	0.114	0.111	0.108	0.109
60	0.086	0.090	0.088	0.085	0.086
65	0.066	0.069	0.068	0.067	0.067
70	0.052	0.054	0.053	0.052	0.052
75	0.039	0.044	0.041	0.041	0.042
80	0.031	0.032	0.032	0.032	0.033
85	0.025	0.027	0.026	0.025	0.026
.	.	.	.	.	.

Wir wollen zu den vorstehenden Reihen noch eine Bemerkung hinzufügen. Bei zwei verschiedenen Beobachtungsreihen, wo das z wie hier von 5 zu 5 Sek. beobachtet wird, können die z für beide Reihen verschieden und dennoch der Winkel ϑ derselbe sein. Um dies einzusehen, brauchen wir uns nur zu erinnern, dass der Winkel ϑ nur von dem Verhältniss von α_1 und α_2 abhängig ist. Dieses Verhältniss kann bei zwei Beobachtungsreihen denselben Werth haben, während das Verhältniss von r und t , welches ja durch $\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}$ gegeben ist, für beide Reihen verschieden ist. Je grösser $\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}$, um so grösser ist das einer bestimmten Zeit t entsprechenden r , um so kleiner der zugehörige Werth von z und um so grösser demnach die Dämpfung. Die Grösse des Winkels ϑ giebt daher niemals ein

Mittel an die Hand, die Stärke der Dämpfung zu beurteilen; dies wird lediglich nach der Dämpfungszeit zu geschehen haben.

Berechnung der Constanten aus den hier vorliegenden beiden Beobachtungsreihen.

Es berechnen sich aus der Beobachtungsreihe für Hingänge die Werte der Konstanten $\alpha_1 = 0.13344$ und $\alpha_2 = 0.04857$, aus der Beobachtungsreihe für die Rückgänge die Werte $\alpha_1 = 0.13297$, $\alpha_2 = 0.04840$; es war also für diesen Beobachtungstag das Mittel für:

$$\alpha_1 = -0.13320$$

$$\alpha_2 = -0.04848$$

woraus die Werte sich berechnen

$$p^2 = \alpha_1 \cdot \alpha_2 = 0.6458 \cdot 10^{-2}$$

$$q = -\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = 0.09084$$

zur Berechnung von C aus der aperiodischen Dämpfung dienen im Uebrigen dieselben Beobachtungsdaten wie früher, da das logarithmische Decrement λ , wie die Schwingungsdauer τ konstant blieben, daher

$$C_2 = \sqrt{2 \omega K (q - q_0)} = \sqrt{2 \omega K \left(q - \frac{\lambda}{\tau} \right)}$$

$$= \sqrt{2 \times 6792 \cdot 6 \times 451 \cdot 28 \left(0.090843 - \frac{0.0414926}{38.953} \right) 9440 \times 10^{11}}$$

$$= 2.2794 \cdot 10^{10}$$

Berechnung der Constante C aus der Vergleichung mit der Tangentenbussole.

Für diese Berechnung kommen folgende Werte in Betracht. Es betrug der Ablenkungswinkel der Bussole $\frac{\varphi}{2} = 6^\circ 44' 14''$; daher $\tan \frac{\varphi}{2} = 0.11813$.

T betrug 1.8778 mm mg sec., sodass

$$\frac{i}{1 + \Theta} = \frac{T}{262.1} \tan \frac{\varphi}{2} \cdot 0.99664 = 0.85085 \cdot 10^{-3}$$

Der Ablenkungswinkel des Nadelpaares betrug:

$\frac{\varphi_m}{2} = 0.0060505$, sodass $\cos \frac{\varphi_m}{2} = 0.99998$ war, woraus sich als Wert von C berechnet:

$$C = \frac{p \varphi_0^2 \cdot K}{i_m \cos \varphi_0} = \frac{p \varphi_0^2 K w}{i \cos \varphi_0 w_m}$$

$$= \frac{0.00645799 \times 0.60505 \cdot 10^{-2} \times 451.28 \cdot 10^{-5} \times 6792.6}{0.85085 \cdot 10^{-3} \times 1.0087 \times 0.6216 \times 0.99998}$$

$$= 2.2452 \cdot 10^{10} \text{ mm mgr.}$$

3. Beobachtungstag 25. August 1893.

Wir teilen auch hier die Beobachtungen der Ablenkung des astatischen Nadelpaares mit, nachdem dieselben auf Sekunden reduziert sind. Auch wollen wir wieder Hingänge und Rückgänge gesondert behandeln.

3. Beobachtungstag. Zeit der Beobachtungen: 3 Uhr Nachmittags.

Ablenkung des astatischen Nadelpaares von der Ruhelage

Zt.	bei der 1. Beobachtungsreihe				bei der 2. Beobachtungsreihe			
	Hingänge		Rückgänge		Hingänge		Rückgänge	
	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.
0 Sek.	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"
5	123	137	162	154	123	123	137	137
10	446	462	462	470	454	446	461	470
15	785	803	790	815	797	784	799	790
20	1110	1117	1118	1046	1118	1094	1117	1134
25	1391	1383	1399	1408	1399	1374	1388	1398
30	1628	1594	1624	1633	1620	1609	1614	1615
35	1806	1797	1808	1824	1807	1783	1796	1807
40	1950	1933	1948	1940	1958	1943	1940	1940
45	2056	2048	2071	2072	2064	2047	2073	2062
50	2149	2158	2151	2167	2148	2148	2149	2149
55	2225	2217	2230	2247	2225	2226	2230	2222
60	2289	2288	2281	2298	2289	2297	2289	2289
65	2322	2339	2323	2339	2321	2326	2345	2337
70	2372	2364	2362	2379	2372	2372	2369	2369
75	2397	2388	2394	2411	2397	2297	2410	2409
80	2428	2409	2411	2419	2413	2413	2426	2426
85	2436	2443	2443	2452	2448	2446	2443	2451
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
135	2509	2510	2493	2534	2492	2492	2492	2525

Wir haben hier einen Fall, wo die elastische Nachwirkung verschwindet und zwar für den Hingang und Rückgang der Beobachtungsreihe 2_r; dem entspricht die im Allgemeinen gute Uebereinstimmung der einzelnen Ablenkungen.

Wir eliminieren nun die Verschiebung der Ruhelage und erhalten für die definitiven Ablenkungen die folgenden Werte:

	1. Beobachtungsreihe				2. Beobachtungsreihe			
	Hingänge		Rückgänge		Hingänge		Rückgänge	
	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.
0 Sek.	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"
5	122	131	153	167	123	124	137	153
10	437	461	452	484	454	448	461	487
15	783	801	780	830	797	787	799	808
20	1108	1114	1108	1061	1118	1097	1117	1153
25	1389	1380	1389	1424	1399	1378	1388	1417
30	1625	1590	1613	1649	1620	1614	1614	1634
35	1803	1792	1797	1841	1807	1789	1796	1827
40	1947	1928	1937	1957	1958	1950	1940	1961
45	2052	2042	2060	2089	2064	2055	2073	2083
50	2145	2151	2139	2185	2148	2157	2149	2171
55	2221	2210	2218	2266	2225	2235	2230	2245
60	2284	2281	2268	2317	2289	2307	2289	2313
65	2316	2331	2310	2359	2321	2337	2345	2361
70	2366	2356	2349	2399	2372	2383	2369	2394
75	2391	2379	2381	2432	2392	2410	2410	2435
80	2431	2409	2397	2440	2413	2462	2426	2453
85	2429	2432	2429	2474	2478	2461	2443	2478
.	.	.	.	.	.	.	.	.
135	2498	2494	2476	2558	2492	2512	2492	2558

Wir bemerken hierbei, dass die erste Beobachtungsreihe von der zweiten durch ein Zeitintervall von 10 Minuten getrennt war.

Es betrugen am

3. Beobachtungstag. Zeit der Beobachtung Abends 6 Uhr.

Ablenkungen von der Ruhelage bei

Zt.	Hingängen			Rückgängen		
	0 Sek.	0"	0"	0"	0"	0"
5		148	147	147	162	154
10		480	471	480	595	595
15		825	808	816	823	815
20		1143	1135	1143	1142	1134
25		1423	1398	1407	1429	1422
30		1658	1628	1646	1648	1631
35		1817	1810	1817	1834	1819
40		1955	1963	1975	1980	1981
45		2047	2054	2096	2100	2093
50		2181	2172	2188	2188	2180
55		2257	2231	2273	2264	2265
60		2307	2299	2323	2320	2328
65		2362	2346	2378	2360	2369
70		2387	2378	2404	2409	2410
75		2421	2420	2437	2434	2435
80		2446	2445	2463	2450	2459
85		2454	2454	2470	2483	2492
.		.	.	.	.	.
135		2524	2533	2541	2541	2533
						2557

Nach Elimination der Verschiebung der Ruhelage bei

Zt.	Hingängen			Rückgängen		
	0 Sek.	0"	0"	0"	0"	0"
5		148	147	148	170	154
10		480	471	480	603	595
15		826	808	822	831	815
20		1145	1135	1151	1151	1134
25		1425	1398	1416	1438	1422
30		1660	1628	1697	1657	1631
35		1819	1810	1819	1844	1819
40		1958	1963	1973	1990	1981
45		2050	2054	2098	2111	2093
50		2184	2172	2190	2196	2180
55		2261	2231	2275	2275	2265
60		2311	2299	2325	2331	2328
65		2367	2346	2381	2372	2369
70		2392	2378	2406	2421	2410
75		2426	2420	2440	2446	2435
80		2452	2446	2466	2463	2459
85		2460	2444	2475	2496	2492
.		.	.	.	.	.
135		2532	2533	2546	2556	2533

Aus diesen Zahlen ergeben sich endlich die folgenden Mittel - Werthe
 von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$.

3. Beobachtungstag.

Zt.	Hingänge			
	Nachmittags		Abends	
	1. Beobachtungs- reihe	2. Beobachtungs- reihe	Mittel aus 1. u. 2. Beobachtungsreihe	3. Beobachtungs- reihe
	Werte von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$			
0 Sek.	1	1	1	1
5	0.949	0.951	0.950	0.942
10	0.820	0.820	0.820	0.812
15	0.683	0.683	0.683	0.677
20	0.555	0.557	0.556	0.549
25	0.445	0.445	0.445	0.443
30	0.356	0.354	0.355	0.352
35	0.280	0.281	0.280	0.284
40	0.224	0.219	0.222	0.225
45	0.180	0.177	0.179	0.185
50	0.139	0.140	0.139	0.140
55	0.112	0.109	0.110	0.111
60	0.085	0.081	0.083	0.089
65	0.069	0.069	0.069	0.068
70	0.054	0.050	0.052	0.057
75	0.044	0.040	0.042	0.043
80	0.032	0.033	0.032	0.032
85	0.026	0.023	0.024	0.029

In folgendem haben wir nun die beobachteten $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ mit den berechneten zusammengestellt und finden auch hier wie früher eine sehr gute Uebereinstimmung.

3. Beobachtungstag

Hingänge

Zt.	$\frac{\varphi}{\varphi_0}$ Nachmtg. beobachtet	$\frac{\varphi}{\varphi_0}$ berechnet für $\vartheta = 20.5^\circ$	Wert von $-r_1$	$\frac{\varphi}{\varphi_0}$ Abends beobachtet	$\frac{\varphi}{\varphi_0}$ berechnet für $\vartheta = 19^\circ$	Wert von $-r_1$
0 Sek.	1	1		1	1	
5	0.950	0.940	0.6985	0.942	0.939	= 0.7325
10	0.820	0.818		0.812	0.815	
15	0.683	0.683		0.677	0.680	
20	0.556	0.557		0.549	0.555	
25	0.445	0.447		0.443	0.448	
30	0.355	0.356		0.352	0.356	
35	0.280	0.282		0.284	0.284	
40	0.222	0.222		0.226	0.224	
45	0.179	0.179		0.185	0.180	
50	0.139	0.137		0.140	0.140	
55	0.110	0.110		0.111	0.110	
60	0.083	0.085		0.089	0.087	
65	0.069	0.067		0.069	0.067	
70	0.052	0.052		0.057	0.054	
75	0.042	0.042		0.043	0.043	
80	0.032	0.032		0.032	0.034	

Aus den Ablenkungen bei den Rückgängen berechnen sich die folgenden

Werthe von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$:

3. Beobachtungstag

Rückgänge

Nachmittags

Abends

1. Beobachtungsreihe

2. Beobachtungsreihe

3. Beobachtungsreihe

Zt.

0	1	1	1	1	1	1	1	1
5 Sek.	0.938	0.935	0.945	0.940	0.934	0.939	0.934	
10	0.817	0.811	0.815	0.808	0.764	0.765	0.767	
15	0.685	0.676	0.679	0.684	0.645	0.678	0.677	
20	0.554	0.555	0.551	0.549	0.550	0.552	0.547	
25	0.439	0.443	0.443	0.446	0.437	0.439	0.444	
30	0.349	0.355	0.352	0.361	0.352	0.356	0.349	
35	0.274	0.280	0.279	0.286	0.279	0.281	0.283	
40	0.218	0.234	0.221	0.233	0.221	0.218	0.226	
45	0.168	0.183	0.168	0.185	0.174	0.174	0.179	
50	0.136	0.149	0.138	0.151	0.140	0.139	0.145	
55	0.104	0.114	0.105	0.122	0.110	0.105	0.112	
60	0.084	0.094	0.081	0.096	0.088	0.081	0.091	
65	0.067	0.078	0.059	0.077	0.072	0.065	0.075	
70	0.051	0.062	0.049	0.064	0.053	0.049	0.056	
75	0.039	0.049	0.033	0.048	0.043	0.039	0.046	
80	0.032	0.046	0.026	0.041	0.037	0.039	0.036	

3. Beobachtungstag.

Rückgänge

Zt.	$\frac{\varphi}{\varphi_0}$ Nachmtg. beobachtet	$\frac{\varphi}{\varphi_0}$ berechnet für $\vartheta = 18.5^\circ$	Wert von r_1 ist	$\frac{\varphi}{\varphi_0}$ Abends beobachtet	$\frac{\varphi}{\varphi_0}$ berechnet für $\vartheta = 18.5^\circ$	Wert von r_1 ist
0 Sek.	1	1		1	1	
5	0.939	0.938	0.7425	0.936	0.939	0.7324
10	0.813	0.815		0.816	0.815	
15	0.681	0.680		0.677	0.680	
20	0.552	0.555		0.550	0.555	
25	0.447	0.447		0.440	0.448	
30	0.354	0.358		0.352	0.356	
35	0.280	0.288		0.281	0.283	
40	0.227	0.226		0.222	0.224	
45	0.176	0.180		0.176	0.180	
50	0.143	0.142		0.141	0.140	
55	0.111	0.112		0.109	0.110	
60	0.087	0.089		0.087	0.087	
65	0.070	0.070		0.071	0.067	
70	0.056	0.055		0.053	0.054	
75	0.042	0.043		0.043	0.043	
80	0.036	0.035		0.034	0.034	

Bestimmung der Empfindlichkeitskonstante C aus den 2 ersten Reihen des

3. Beobachtungstages.

Es berechnet sich zunächst aus den Werten der $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ bei den Hingängen:

$$a_1 = \frac{r_1 \cos \vartheta}{5} = 0.13085$$

$$a_1 = \frac{r_1 \sin \vartheta}{5} = 0.04892$$

und aus den Werten $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ bei den Rückgängen:

$$\alpha_1 = \frac{r_1 \cos \vartheta}{5} = 0.14083$$

$$\alpha_2 = \frac{r_1 \sin \vartheta}{5} = 0.04712$$

für p^2 und q^2 berechnen sich hieraus die Werte:

$$\text{Hingänge: } p^2 = 0.006411$$

$$q = 0.08988$$

$$\text{Rückgänge: } p^2 = 0.006636$$

$$q = 0.09397$$

Somit aus der Beobachtung der Hingänge:

$$C = 2.2672 \times 10^{10}$$

aus der der Rückgänge:

$$C = 2.3188 \times 10^{10}$$

und als Mittel:

$$C = 2.2930 \cdot 10^{10}$$

Bestimmung der Empfindlichkeitskonstante C durch Vergleich mit der Tangentenbussole.

Zunächst war der Wert von $\frac{\varphi}{2}$ durchschnittlich $6^\circ 46' 47''$, daher $\tan \frac{\varphi}{2} = 0.118005$ und es berechnete sich als Stärke des durch die Tangentenbussole laufenden Stromes:

$$i = 0.856106 \cdot 10^{-3} \cdot (1 + \Theta).$$

Hierbei war $T = 1.8774$. Nun hatten wir für die Empfindlichkeitskonstante den Ausdruck:

$$C = \frac{p^2 \frac{\varphi_0}{2} K}{i_m \cos \frac{\varphi_0}{2}} = \frac{w_m p^2 \frac{\varphi_0}{2} K}{i w \cos \frac{\varphi_0}{2}}$$

wo zu setzen ist:

$$\frac{\varphi_0}{2} = 0.00606211$$

setzen wir in diese Gleichung unsere für die Konstanten gefundenen Werte ein, so erhalten wir:

$$C = 2.2583 \cdot 10^{10} \text{ mm mg sek.}$$

Bestimmung der Empfindlichkeitskonstante C aus den Beobachtungen am Abend des 3. Beobachtungstages.

Aus den hier vorliegenden Daten ergibt sich für die Hingänge:

$$\alpha_1 = -0.13852 \text{ und } \alpha_2 = 0.04769$$

daher:

$$p^2 = 0.66067 \cdot 10^{-2} \text{ und } q = 0.093107$$

für die Rückgänge

$$\alpha_1 = 0.13893 \text{ und } \alpha_2 = 0.04649, \text{ daher } p^2 = 0.6459 \times 10^{-2}, q = 0.092708$$

Es berechnet sich demnach für die Hingänge

$$C = 2.3080 \cdot 10^{10}$$

und für die Rückgänge

$$C = 2.3029 \times 10^{10}.$$

Ferner ergaben sich zur Berechnung der Empfindlichkeit aus den gleichzeitigen Ablesungen des Multiplikators und der Tangentenbussole die Werte:

$$T = 1.8774 \times 0.996664, \tan \frac{\varphi}{2} = 0.120124$$

$$\frac{i}{1 + \Theta} = 0.864844 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{\varphi_0}{2} = 21.105' = 0.0061392$$

daher:

$$\cos \frac{\varphi_0}{2} = 0.99998$$

sodass sich als zweiter Wert von C der Wert $2.2929 \cdot 10^{10}$ ergibt.

Résumé.

Fassen wir nun die Hauptresultate unserer Beobachtungen zusammen, so finden wir folgende Werte der Konstanten C an den 3 Beobachtungstagen:

	C (Dämpfung)	Mittel	C_{tbp} (Vergleichung)	Mittel
I)	2.3187×10^{10} 2.3078×10^{10}	2.3132×10^{10}	2.3300×10^{10} 2.3026×10^0	2.3113×10^{10}
II)	2.2794×10^{10}		2.2452×10^{10}	
III)	2.2672×10^{10} 2.3188×10^{10}	2.2930×10^{10}	2.2583×10^{10}	
IV)	2.3080×10^{10} 2.3029×10^{10}	2.3054×10^{10}	2.2929×10^{10}	

Die aus der aperiodischen Dämpfung folgenden Werthe von C sind immer grösser als die durch Vergleich mit der Tangentenbussole erhaltenen und stimmen unter einander besser überein. Wie oben schon erwähnt, sind zur Berechnung von C durch Vergleich mit der Tangentenbussole mehr Konstanten zu bestimmen wie bei der Methode der aperiodischen Dämpfung.

Bei der ersten Methode haben wir folgende Konstanten nötig:

1. den Reduktionsfaktor der Tangentenbussole
2. den Torsionscoefficient des Aufhängefadens des Bussolenspiegels
3. die Horizontalintensität des Erdmagnetismus
4. Abstand von Spiegel und Skala bei der Tangentenbussole
5. die Widerstände w_m und w , wobei hauptsächlich eine genaue Bestimmung des letzteren nicht ohne Schwierigkeiten ist.
6. Das Trägheitsmoment K .
7. Die Schwingungsdauer des astatischen Nadelpaares, wenn man p^2 unabhängig von der Beobachtung der Dämpfung bestimmen will.
8. Die Entfernung von Spiegel und Skala bei dem Multiplikator. Im Ganzen ist somit die Zahl der zu bestimmenden Constanten gleich 9.

Bei der zweiten Methode dagegen sind nur w_m und K , sowie die unter 8 genannte Entfernung genau zu bestimmen. Die Schwingungsdauer τ kommt nur in einem Korrektionsgliede in Frage. Dazu kommt, dass zur Bestimmung von α_1 und α_2 nach der zweiten Methode eine grosse Zahl einzelner Beobachtungen verwandt werden kann.

Soll also die Empfindlichkeitskonstante des Galvanometers bestimmt werden, so geschieht dies einfacher nach der Methode der aperiodischen Dämpfung und nicht, wie man zunächst annehmen würde, durch Vergleich mit der Tangentenbussole.

Anwendung des Energieprinzips auf das Problem der aperiodischen Dämpfung.

Wir gehen zu unserer ursprünglichen Erscheinung zurück und betrachten den Fall, wo das Nadelpaar durch die Wirkung des konstanten Stromes i bei der Ablenkung φ_0 zur Ruhe gelangt ist. Wenn nun plötzlich der Strom unterbrochen wird, so sehen wir, wie die äussere Arbeit, die geleistet wird, wenn die Magnete, um den Winkel φ_0 gedreht werden in kinetische und elektrische Energie umgesetzt wird.

Nimmt der Ablenkungswinkel φ des astatischen Paares zu um $d\varphi$, so wird entgegen den Wirkungen des Erdmagnetismus und der Luftreibung eine Arbeit geleistet, welche gegeben ist durch:

$$\varphi \{ T \cdot (m_i \cos \varepsilon_i - m_a \cos \varepsilon_a) + D \} d\varphi + P^2 \frac{d\varphi}{dt} \cdot d\varphi$$

Während der entsprechenden Zeit dt wird durch den inducierten Strom kalorische Energie entwickelt, deren Betrag gleich ist $i^2 w_m dt$.

Betrug zur Zeit t die kinetische Energie des Systems $\frac{K}{2} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2$, wo K das Trägheitsmoment so beträgt der Zuwachs während der Zeit dt

$$d \frac{K}{2} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = K \frac{d\varphi}{dt} \frac{d^2\varphi}{dt^2} dt$$

Wir haben daher als Energiegleichung Ia:

$$\text{Ia) } [D + (m_i \cos \varepsilon_i - m_a \cos \varepsilon_a) T] \varphi d\varphi + P^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt + i^2 \cdot w_m dt + K \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} dt = 0$$

Führen wir die alten Bezeichnungen wieder ein,

$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{w_m} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \frac{d\varphi}{dt} \\ &= \frac{1}{w_m} C \frac{d\varphi}{dt} \end{aligned}$$

so wird die Gleichung Ia

$$\text{Ib) } [D + (m_i \cos \varepsilon_i - m_a \cos \varepsilon_a) T] \varphi d\varphi + P^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt + \frac{1}{w} C^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt + K \frac{d\varphi}{dt} \frac{d^2\varphi}{dt^2} dt = 0$$

und nach Division mit $d\varphi$ kommen wir auf unsere alte Gleichung zurück.

Gleichung Ia stellt die Beziehung zwischen der äusseren Arbeit, der elektrischen und kinetischen Energie während des Zeitmoments dt dar und zwar für eine beliebige Zeit t . Integrieren wir zwischen den Grenzen $t = 0$ und $t = t_0$ welchen die Werthe $\varphi = \varphi_0$ und $\varphi = 0$ entsprechen, so ergibt sich die Gleichung I:

$$\int_{\varphi=\varphi_0}^{\varphi=0} [D + (m_i \cos \varepsilon_i - m_a \cos \varepsilon_a) T] \varphi d\varphi + P^2 \int_{\varphi=\varphi_0}^{\varphi=0} \frac{d\varphi}{dt} d\varphi + w \int_{t=0}^{t=t_0} i^2 dt + K \int_{t=0}^{t=t_0} \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} dt = 0$$

Bezeichnen wir das mittlere Quadrat der Stromstärke durch J , so ist:

$$J^2 = \frac{\int_{t=0}^{t=t_0} i^2 dt}{t_0}$$

Führen wir diesen Wert in unsere Gleichung ein und gleichzeitig an Stelle der ersten Klammer die frühere Bezeichnung p^2 , so ergibt sich:

$$Kp^2 \int_{\varphi=\varphi_0}^{\varphi=0} \varphi d\varphi + P^2 \int_{t=0}^{t=t_0} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt + J^2 w t_0 + K \int_{t=0}^{t=t_0} \frac{d\varphi}{dt} \frac{d^2\varphi}{dt^2} dt = 0$$

Nun ist das Integral

$$\int_{t=t_0}^{t=0} \frac{d\varphi}{dt} \frac{d^2\varphi}{dt^2} dt = \frac{1}{2} \int_{t=t_0}^{t=0} d \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2$$

Setzen wir $t_0 = \infty$, so ist $\frac{d\varphi}{dt}$ am Anfang und am Schluss der Bewegung gleich Null und es bleibt somit die Gleichung:

$$J^2 w t_0 = \frac{1}{2} K p^2 \varphi_0^2 - P^2 \int_0^\infty \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt$$

Nach Ausführung der Integration erhalten wir:

$$J^2 w t_0 = K p^2 \frac{\varphi_0^2}{2} + P^2 \varphi_0^2 \frac{\alpha_2 \alpha_1}{2(\alpha_2 + \alpha_1)}$$

$$J^2 w t_0 = \frac{1}{2} \left(K - \frac{P^2}{2q} \right) p^2 \varphi_0^2$$

Setzen wir $q_0 = \frac{\lambda}{\tau}$, wo λ das logarithmische Decrement bei geöffneter Kette, τ die Schwingungsdauer, so ist $P^2 = 2q_0 K$, somit

$$J^2 \omega t_0 = \frac{K p^2 \varphi_0^2}{2} \left(1 - \frac{q_0}{q}\right)$$

Je grösser der Reibungswiderstand der Luft, desto weniger vollkommen setzt sich die kinetische Energie in elektrische um.

N a c h t r a g.

Bei Aufstellung unserer Differentialgleichung für gedämpfte Schwingung gingen wir davon aus, dass μ , ε_i , ε_a , ε_γ so klein sind, dass wir in der unten folgenden Gleichung II für die gedämpfte Schwingung die Quadrate und Produkte von μ und $\varepsilon_i - \gamma$, $\varepsilon_a - \gamma$ vernachlässigen können.

Die allgemeine Gleichung ist:

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad K \frac{d^2 u}{dt^2} - i_m \{ P_i m_i \cos a_i + P_a m_a \cos a_a \} + u \left[\{ m_i \cos \varepsilon_i - m_a \cos \varepsilon_a \} T + D \right] \\ + \left[\frac{(P_i m_i \cos a_i + P_a m_a \cos a_a)^2}{w} + P^2 \right] \frac{du}{dt} = 0 \end{aligned}$$

wo $a_i = u + \varepsilon_i - \gamma$, $a_a = u + \varepsilon_a - \gamma$ ist.

Wenn wir hier $\cos u = 1$ und $\sin u = u$ setzen und die Glieder mit u^2 vernachlässigen:

$$\begin{aligned} K \frac{d^2 u}{dt^2} + \left\{ \frac{(P_i \cos (\varepsilon_i - \gamma) + P_a \cos (\varepsilon_a - \gamma))^2}{w} + P^2 \right\} \frac{du}{dt} \\ + \{ (m_i \cos \varepsilon_i - m_a \cos \varepsilon_a) T + D - i (P_i \sin (\varepsilon_i - \gamma) + P_a \sin (\varepsilon_a - \gamma)) \} u \\ - \{ P_i \cos (\varepsilon_i - \gamma) + P_a \cos (\varepsilon_a - \gamma) \} i = 0 \end{aligned}$$

sodass die Gleichung wieder von der Form ist:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2q \frac{du}{dt} + p^2 (u - u_0) = 0$$

Die Bedeutung von q ist dieselbe wie früher, dagegen ist jetzt

$$K p^2 = (m_i \cos \varepsilon_i - m_a \cos \varepsilon_a) T + D - i (P_i \sin (\varepsilon_i - \gamma) + P_a \sin (\varepsilon_a - \gamma)).$$

Also abhängig von der Stromstärke i .

Einen Fall, wo wir über die Grösse der Winkel ϵ und γ nichts bestimmtes sagen können, haben wir in folgendem vor uns.

Zwei grosse Magnete mit cylindrischem Querschnitt Fig. V. von einem Durchmesser von 13,7 mm und von einer Länge von 169,7 mm waren auf dieselbe Weise, wie die früher erwähnten magnetisirt, so dass ihre magnetischen Momente einander möglichst gleich wurden. Sie waren ebenfalls an einen Stahldraht aufgehängt, und jeder von ihnen mit einem Multiplikator umgeben. Von diesen war der obere in sich geschlossen, und nur der untere war von dem ablenkenden Strom durchflossen. Es ergibt sich hieraus, dass die Hin- und Rückgänge nicht mit einander vergleichbare Resultate liefern können. Obwohl die Astasirung das Nadelpaares so weit wie möglich getrieben wurde, war die Aperiodicität der Dämpfung nur so eben erreicht worden. Die hohe Astasirung machte sich bei den Beobachtungen durch eine grosse Veränderlichkeit der Ruhelage in störender Weise geltend. Wir stellen in Folgendem die Werthe von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ für zwei Hingänge und zwei Rückgänge zusammen.

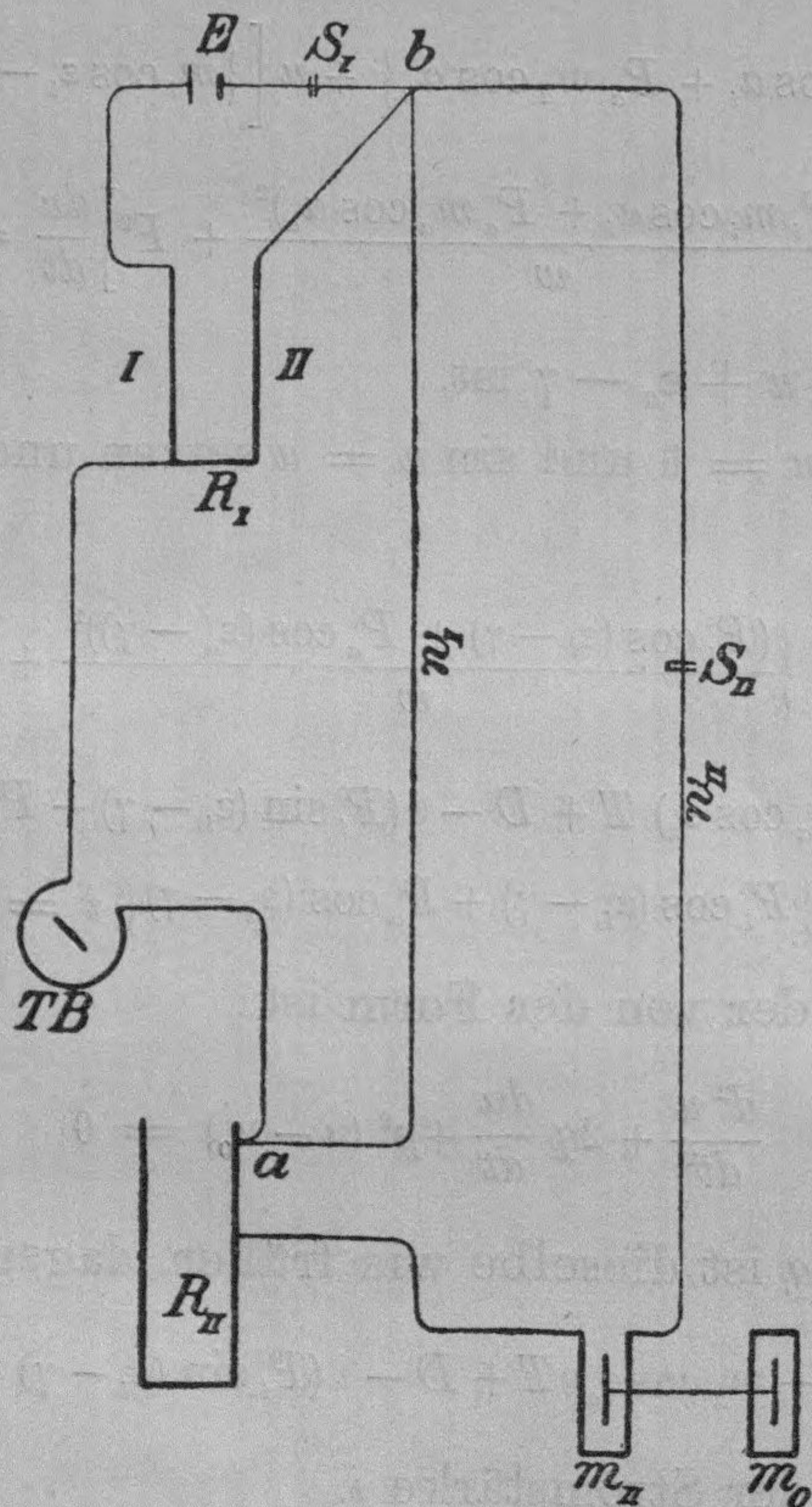


Fig. V.

Werte von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ bei:

Zt.	den Hingängen	den Rückgängen
0 Sek.	1	1
5	0.991	0.985
10	0.951	0.950
15	0.896	0.896
20	0.835	0.834
25	0.773	0.767
30	0.702	0.698
35	0.636	0.628
40	0.572	0.561
45	0.507	0.495
50	0.453	0.438
55	0.397	0.383
60	0.352	0.335
65	0.310	0.287
70	0.266	0.245
75	0.232	0.210
80	0.205	0.177

Am 23. März 1892, 8 Uhr morgens

Zt.	bei den Hingängen	bei den Rückgängen
0 Sek.	$\frac{\varphi}{\varphi_0}$ 1	$\frac{\varphi}{\varphi_0}$ 1
5	0.984	0.987
10	0.945	0.950
15	0.893	0.899
20	0.832	0.834
25	0.763	0.763
30	0.694	0.694
35	0.628	0.626
40	0.561	0.561
45	0.503	0.494
50	0.441	0.435
55	0.391	0.379
60	0.343	0.328
65	0.298	0.282
70	0.262	0.246
75	0.224	0.207
80	0.197	0.175

Die Reihen liegen sehr nahe der durch die Curve $z = e^x (1 - x)$ gegebenen entsprechend $\vartheta = \frac{\pi}{4}$; aber die Abnahme der Werthe $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ ist doch eine etwas stärkere als die der entsprechenden Werthe von z ; Es hat den Anschein als ob im Anfang der Bewegung die aperiodische Dämpfung noch nicht völlig erreicht sei, und als ob eine zu Anfang periodische Bewegung erst in eine aperiodische sich verwandle.

Aus diesem Grunde wurde auf eine weitere Ausführung der Rechnung verzichtet. Will man die Empfindlichkeitskonstante eines Galvanometers aus der Beobachtung der aperiodischen Dämpfung bestimmen, so wird man jedenfalls darauf achten müssen, dass die Dämpfung nicht gerade an der Grenze der periodisch und aperiodischen liegt.

Zum Schluss wollen wir noch einige Tabellen mitteilen.

Zur Bestimmung der Konstanten α_1 α_2 unserer Differentialgleichung dient die Formel

$$\frac{\frac{1}{y} e^{-y} - \frac{1}{x} e^{-x}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}$$

Um ihre Anwendung in anderen Fällen zu erleichtern sind die Werte x resp. y , wie sie bei der Berechnung der Konstanten α_1 und α_2 aus den hier vorliegenden Beobachtungen bestimmt werden mussten, nach der Grösse geordnet und die Werte von $\frac{1}{x}$ und $\frac{1}{x} e^{-x}$ resp. $\frac{1}{y}$ und $\frac{1}{y} e^{-y}$ daneben angegeben. Diese befinden sich auf Tabelle 1.

Die Tabelle 2 enthält die Werte $\frac{1}{x}$ und $\frac{1}{x} e^{+x}$ resp. $\frac{1}{y}$ und $\frac{1}{y} e^{+y}$ berechnet.

In Tabelle 3 finden sich einige Werte von $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ für ein bekanntes ϑ und r .

Tabelle 1.

x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$
0.01	100.000	99.004	0.123343	8.10743	7.16665	0.26	3.8462	2.9656
0.02	50.000	49.010	0.123344	8.10742	7.16664	0.263238	3.79885	2.91964
0.05	20.	19.025	0.126821	7.88511	6.94593	0.27	3.7037	2.8273
0.05364443	18.6413	17.6676	0.136390	7.33194	6.39713	0.271387	3.64477	2.80897
0.0549525	18.1970	17.2244	0.137085	7.29472	6.36038	0.275	3.63636	2.76206
0.0575196	17.3703	16.3986	0.137718	7.25788	6.32371	0.279783	3.57978	2.70870
0.06	16.6667	15.696	0.139869	7.14953	6.21633	0.28	3.5714	2.6992
0.0687101	14.5538	13.5875	0.140199	7.13272	6.19966	0.280398	3.56634	2.69430
0.069565	14.3356	13.3697	0.144244	6.83793	5.90760	0.289357	3.45594	2.58762
0.07	14.286	13.320	0.144680	6.81187	5.89085			
0.0723393	13.8238	12.8591	0.156284	6.39864	5.47286	0.3	3.3333	2.4693
0.0729323	13.7113	12.7470	0.156889	6.37393	5.44842	0.303109	3.29914	2.43648
0.08	12.500	11.5390	0.16	6.250	5.32509	0.31	3.2258	2.31623
0.081	12.346	11.283	0.164	6.0976	5.1753	0.32	3.1250	2.26921
0.082	12.195	11.252	0.166329	6.01217	5.09091	0.324458	3.08183	2.22785
0.0821121	12.1784	11.2184	0.168	6.011	5.0876	0.324760	3.07920	2.22535
0.0824926	12.1224	11.1624	0.17	5.8824	4.87169	0.325	3.07694	2.22316
0.083	11.765	10.0806	0.172709	5.79010	4.8627	0.332659	3.00608	2.15541
0.087613	11.4154	10.4578	0.1750	5.71429	4.79690	0.334950	2.98551	2.13576
0.087679	11.4053	10.4478	0.177	5.6497	4.47332	0.325	3.07694	2.22316
0.0890708	11.2270	10.2703	0.180850	5.33972	4.32935	0.332659	3.00608	2.15541
0.09	11.1111	9.8476	0.18750	5.33333	4.32149	0.334950	2.98551	2.13576
0.0902975	11.0745	9.8186	0.190850	5.23927	4.32135	0.338	2.9816	2.10733
0.0904625	11.0543	9.7982	0.191515	5.22122	4.31120	0.34	2.9412	2.0934
0.0938585	10.6543	9.69983	0.196946	5.07753	4.16985	0.340185	2.93956	2.09193
0.095	10.526	9.5723				0.35	2.85714	2.01339
0.0954250	10.4794	9.52567	0.2	5.000	4.09365	0.354	2.8248	1.9827
0.097659	10.2397	9.28699	0.201432	4.96446	4.05875	0.355758	2.81090	1.96944
			0.203622	4.91106	4.00630	0.36	2.7778	1.9380
0.1	9.9909	9.1440	0.210298	4.75515	3.85330	0.361850	2.76357	1.92452
0.100716	9.92892	8.97762	0.21250	4.70588	3.80499	0.362733	2.75683	1.91814
0.100747	9.92588	8.97460	0.212635	4.70290	3.80206	0.364935	2.74022	1.90237
0.101	9.85857	8.948738	0.216974	4.60884	3.70989	0.366056	2.73155	1.89443
0.102055	9.79863	8.84797	0.217018	4.60792	3.70898	0.368061	2.71694	1.88033
0.104356	9.58265	8.63302	0.219058	4.56501	3.66696	0.370429	2.69337	1.85960
0.104713	9.53164	8.58034	0.22	4.54545	3.64781	0.375	2.6667	1.8328
0.109153	9.33230	8.38410	0.221446	4.51577	3.61890	0.376615	2.65473	1.82150
0.109430	9.11724	8.17219	0.230278	4.34257	3.44936	0.378255	2.64173	1.81109
0.109529	9.130018	8.17718	0.240937	4.15047	3.26181	0.382	2.61780	1.78663
0.112120	8.91903	7.97305	0.243199	4.11685	3.22414	0.383052	2.61061	1.77985
0.112205	8.91225	7.96635	0.243290	4.11032	3.22268	0.392	2.55102	1.71977
0.113295	8.82652	7.88109	0.246687	4.05372	3.16751	0.395910	2.52581	1.70005
0.114982	8.69706	7.75241	0.246688	4.05371	3.16751			
0.12	8.3333	7.3910	0.25	4.000	3.1152	0.4	2.5000	1.6758
0.121645	8.22065	7.27908	0.250355	3.99432	3.10968	0.411058	2.43216	1.62240
0.122060	8.19274	7.25152	0.258819	3.8670	2.98264	0.412463	2.42447	1.60504

Tabelle 1. (Fortsetzung 1.)

x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$
0.413620	2.41768	1.59870	0.489089	2.04461	1.25373	0.606	1.65367	0.90169
0.42	2.38093	1.5644	0.489240	2.04398	1.25315	0.606218	1.64957	0.89969
0.425270	2.35145	1.53689	0.490290	2.03461	1.24919	0.6065	1.64880	0.89815
0.43	2.32558	1.51281	0.493022	2.02821	1.23885	0.6071	1.64716	0.897583
0.430672	2.32197	1.50944	0.494310	2.02302	1.23403	0.612717	1.66539	0.884383
0.44	2.27273	1.46372	0.494548	0.02205	1.23314	0.617	1.62074	0.874490
0.45	2.2222	1.41695	0.496017	2.01606	1.22768	0.618	1.61812	0.872203
0.451485	2.21491	1.41020	0.497142	2.01150	1.22353	0.622434	1.60659	0.862158
0.452312	2.21086	1.40645	0.498442	2.00625	1.21875	0.625133	1.59966	0.856122
0.453985	2.20271	1.39893	0.498988	2.00406	1.21675	0.626594	1.59494	0.852885
0.455800	2.19395	1.39083	0.499391	2.00244	1.21528	0.63	1.5873	0.84339
0.458890	2.17917	1.38038	0.5	2.00000	1.2110	0.633238	1.57914	0.838343
0.46	2.17391	1.37518	0.502106	1.99162	1.20543	0.633772	1.57786	0.837189
0.460413	2.17185	1.37046	0.503507	1.98607	1.20040	0.64	1.5625	0.82388
0.461362	2.16749	1.36644	0.505791	1.98538	1.19250	0.643674	1.55358	0.816187
0.461792	2.16548	1.36458	0.507846	1.98473	1.19118	0.66	1.51515	0.783108
0.463526	2.15737	1.35712	0.511168	1.95630	1.17338	0.665319	1.50304	0.772728
0.463922	2.15554	1.35543	0.511338	1.95565	1.17280	0.667182	1.49884	0.769135
0.468024	2.13664	1.33805	0.512100	1.95275	1.17015	0.68404	1.46190	0.737638
0.468818	2.13302	1.33472	0.5130	1.94932	1.16705			
0.468850	2.13287	1.33459	0.513211	1.94851	1.16632	0.706302	1.41582	0.698648
0.47	2.12766	1.32979	0.515084	1.94143	1.15291	0.706981	1.41446	0.697516
0.470446	2.12564	1.32794	0.516	1.93798	1.15679	0.707	1.4285	0.70941
0.471199	2.12225	1.32482	0.517386	1.93279	1.15209	0.714785	1.39902	0.684538
0.473304	2.11281	1.31613	0.518081	1.93020	1.14975	0.7199	1.38908	0.676883
0.473701	2.11103	1.31451	0.518830	1.92741	1.14723	0.723700	1.38179	0.670104
0.475	2.10526	1.30923	0.520703	1.92048	1.14096	0.728903	1.37268	0.662497
0.475330	2.10380	1.30790	0.526322	1.89993	1.12246	0.729323	1.37113	0.127470
0.475675	2.10227	1.30650	0.528688	1.89114	1.11479	0.74	1.35135	0.64475
0.476068	2.10054	1.30490	0.53	1.8868	1.1106	0.7427	1.34644	0.640673
0.476957	2.09662	1.30482	0.54	1.85185	1.07916	0.752448	1.32900	0.626241
0.477125	2.09589	1.30063	0.55	1.81816	1.0487	0.765	1.30729	0.60828
0.477344	2.09492	1.29975	0.553105	1.80797	1.03988	0.77	1.2987	0.60132
0.479013	2.08762	1.27307	0.556159	1.79805	1.03102	0.7713	1.29651	0.599522
0.48	2.08333	1.289134	0.56	1.7857	1.0187	0.773	1.28986	0.59015
0.480014	2.08327	1.28907	0.57	1.74825	0.989706	0.775	1.2833	0.58982
0.480682	2.08037	1.28642	0.571188	1.75075	0.98891	0.78	1.2821	0.58770
0.481395	2.07730	1.28361	0.575011	1.73910	0.978588	0.781416	1.27973	0.585805
0.482351	2.07018	1.27984	0.584258	1.71158	0.954235	0.782	1.2788	0.58503
0.483952	2.06629	1.27354	0.592613	1.68744	0.932954	0.782518	1.27796	0.584336
0.485669	2.05902	1.26688	0.593864	1.68389	0.929825	0.783	1.27714	0.58369
0.48575	2.05888	1.26670	0.600463	1.66539	0.913552	0.785	1.27389	0.582044
0.485918	2.05795	1.26592	0.602490	1.65978	0.90864	0.7873	1.27016	0.578015
0.486695	2.05468	1.26291	0.603	1.65840	0.90712	0.79	1.26582	0.57449
0.487037	2.05323	1.26160	0.6050	1.65555	0.90407	0.7918	1.26430	0.56965
0.487381	2.05180	1.26028	0.6050	1.65476	0.90205	0.791820	1.26291	0.56212

Tabelle 1. (Fortsetzung 2.)

x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$
0.808	1.25000	0.56166	0.954688	1.04744	0.403202	1.04464	0.957273	0.336786
0.8085	1.24647	0.552831	0.957170	1.04476	0.401159	1.04856	0.953688	0.334213
0.814163	1.22825	0.544130	0.957656	1.04422	0.400761	1.05	0.9523809	0.333276
0.8184	1.2219	0.539013	0.96	1.04166	0.39885	1.09396	0.914101	0.306120
0.82	1.2195	0.53711	0.964702	1.03659	0.395034	1.09399	0.914091	0.306108
0.821121	1.21784	0.535778	0.965926	1.03528	0.394060	1.09849	0.910339	0.303483
0.8249	1.21222	0.531311	0.967917	1.03315	0.392466			
0.824926	1.21224	0.531278	0.97	1.03092	0.390807	1.1	0.9091	0.30261
0.825	1.21212	0.531194	0.970463	1.03043	0.390440	1.125	0.888889	0.28858
0.8255	1.24533	0.529885	0.972796	1.02232	0.384390	1.14	0.87719	0.28054
0.826842	1.20942	0.529035	0.974758	1.02590	0.384054	1.14238	0.875368	0.279295
0.83	1.2048	0.52536	0.975	1.02564	0.38687	1.15	0.86957	0.27534
0.836647	1.20244	0.523458	0.975414	1.02521	0.386540	1.17	0.85470	0.26527
0.84	1.19047	0.513941	0.978164	1.02232	0.384390	1.17232	0.853005	0.264131
0.84137	1.18853	0.512402	0.978480	1.02199	0.384149	1.17354	0.852126	0.263537
0.858	1.16550	0.494183	0.98	1.02041	0.382973	1.19	0.840336	0.255653
0.86	1.1628	0.49205	0.980366	1.02003	0.382682	1.19106	0.839592	0.255151
0.876790	1.14053	0.044591	0.980532	1.01980	0.382521			
0.8776	1.13947	0.473769	0.982604	1.01771	0.380964	1.20	0.833333	0.250995
0.88	1.13636	0.471344	0.988620	1.01151	0.376373	1.20093	0.832710	0.250784
0.886326	1.12826	0.465028	0.989096	1.01102	0.376013	1.204980	0.829890	0.248716
0.889252	1.12454	0.462144	0.994243	1.00395	0.370642	1.209	0.827130	0.246894
0.893292	1.11946	0.45820	0.994284	1.00378	0.370506	1.21417	0.823607	0.244632
0.896175	1.11589	0.45540	0.995220	1.00281	0.370418	1.217	0.821693	0.243317
			0.996883	1.00212	0.370196	1.22	0.819672	0.241986
			0.997567	1.0021	0.369676	1.235	0.809717	0.235493
0.9	1.1111	0.451744	0.999847	1.0016	0.367992	1.24	0.80645	0.23337
0.902975	1.10745	0.448921				1.24706	0.801825	0.23042
0.904625	1.10543	0.447361	1.00055	0.999452	0.367658	1.25027	0.799829	0.229093
0.9056	1.10424	0.446471	1.002233	0.978153	0.364896	1.25170	0.798915	0.228504
0.907970	1.10135	0.444224	1.005	0.994986	0.36421	1.26	0.7936509	0.225174
0.91	1.0989	0.44233	1.007	0.99333	0.36217	1.26097	0.793040	0.224731
0.913143	1.09512	0.439428	1.00702	0.993035	0.362696	1.26537	0.790284	0.222967
0.9192	1.08790	0.433897	1.00716	0.992892	0.362658	1.26561	0.7881825	0.22142
0.92	1.08696	0.43318	1.00769	0.992367	0.362275	1.27	0.78740	0.22113
0.920871	1.08593	0.432386	1.0080	0.991602	0.361883	1.27024	0.787252	0.221032
0.925	1.08108	0.428681				1.27467	0.784516	0.219290
0.93	1.07526	0.42425	1.01144	0.988692	0.359577	1.27488	0.784349	0.219208
0.937636	1.06651	0.417595	1.0119	0.988240	0.359544	1.28	0.78125	0.217216
0.9377	1.06644	0.417541	1.01521	0.985020	0.356898	1.28230	0.779851	0.216329
0.94	1.06383	0.41556	1.02135	0.979098	0.352481	1.28415	0.778725	0.215618
0.940892	1.06282	0.414797	1.02360	0.976949	0.351017	1.28735	0.776790	0.214395
0.942460	1.06105	0.413458	1.02642	0.974259	0.349064	1.28834	0.776192	0.214018
0.95	1.05263	0.407096	1.03	0.970874	0.346609	1.28879	0.775725	0.213848
0.953915	1.04831	0.403841	1.032	0.968992	0.345246	1.28955	0.775461	0.213557
0.954250	1.04794	0.403564	1.04	0.966154	0.33986			

Tabelle 1. (Fortsetzung 3.)

x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$
1.30270	0.767640	0.207920	1.440	0.69444	0.164533	1.744	0.573399	0.10024
1.30853	0.764216	0.206504	1.447	0.693274	0.163412	1.75	0.571428	0.99299
1.31134	0.762582	0.205483	1.44705	0.692160	0.162581	1.76	0.568782	0.977527
1.31168	0.762381	0.205360	1.44723	0.691540	0.162138	1.77266	0.564126	0.95834
1.32967	0.752070	0.198971	1.448	0.690675	0.161809			
1.33433	0.749421	0.197348	1.45	0.689665	0.161772	1.8	0.55585	0.918337 $\cdot 10^{-1}$
1.3344	0.749401	0.197329	1.451	0.68918	0.161496	1.80	0.55556	0.91833 $\cdot 10^{-1}$
1.33718	0.747841	0.196372	1.45184	0.688764	0.164267	1.85	0.545540	0.849930 $\cdot 10^{-1}$
1.33812	0.747316	0.196050	1.45701	0.686340	0.159855	1.87120	0.534415	0.822672 $\cdot 10^{-1}$
1.33906	0.746791	0.195729	1.46	0.68493	0.15906	1.87527	0.523256	0.817553 $\cdot 10^{-1}$
1.34217	0.745063	0.194669	1.46772	0.681329	0.157013	1.87938	0.523089	0.8162044 $\cdot 10^{-1}$
1.34326	0.744468	0.194298	1.46894	0.680764	0.156691	1.88471	0.530563	0.805759 $\cdot 10^{-1}$
1.34376	0.744180	0.194130	1.471	0.67891	0.156149	1.9	0.52607	0.78720 $\cdot 10^{-1}$
1.34798	0.741853	0.192707	1.48364	0.674317	0.152874	1.90770	0.524190	0.778011 $\cdot 10^{-1}$
1.35	0.740741	0.192029	1.49237	0.669827	0.150626	1.90783	0.524156	0.777858 $\cdot 10^{-1}$
1.35034	0.740551	0.191915	1.493	0.669792	0.150501	1.90938	0.523731	0.776025 $\cdot 10^{-1}$
1.35269	0.739267	0.191133	1.49532	0.668751	0.149919	1.91439	0.522373	0.769144 $\cdot 10^{-1}$
1.35552	0.737725	0.190195	1.49655	0.668206	0.149612	1.92	0.520833	0.763574 $\cdot 10^{-1}$
1.35740	0.736700	0.189574				1.92236	0.52019	0.760843 $\cdot 10^{-1}$
1.36	0.736295	0.188721	1.50034	0.666517	0.148670	1.92940	0.518295	0.752747 $\cdot 10^{-1}$
1.36155	0.734459	0.188301	1.50082	0.6660302	0.148550	1.93102	0.517860	0.750899 $\cdot 10^{-1}$
1.36195	0.734239	0.188083	1.505	0.664459	0.147520	1.93581	0.51680	0.745463 $\cdot 10^{-1}$
1.36211	0.734151	0.188030	1.51082	0.662023	0.146172	1.94	0.515464	0.740742 $\cdot 10^{-1}$
1.36627	0.731918	0.187542	1.51154	0.661578	0.145924	1.94267	0.514754	0.73775 $\cdot 10^{-1}$
1.37573	0.726887	0.183652	1.51716	0.659129	0.144569	1.94733	0.51352	0.732565 $\cdot 10^{-1}$
1.38046	0.724398	0.182160	1.53	0.65359	0.141526	1.96535	0.511155	0.722643 $\cdot 10^{-1}$
1.38518	0.721925	0.180683	1.547	0.646412	0.137612	1.95696	0.510997	0.721973 $\cdot 10^{-1}$
1.39170	0.718548	0.178663	1.548	0.645994	0.137358	1.96	0.510204	0.718665 $\cdot 10^{-1}$
1.395	0.716846	0.177658	1.550	0.64516	0.136930	1.97724	0.505755	0.700223 $\cdot 10^{-1}$
1.39659	0.716030	0.177173	1.556	0.641025	0.134702	1.98	0.50505	0.699038 $\cdot 10^{-1}$
1.39877	0.714910	0.176512	1.558	0.63291	0.130364	1.983	0.504286	0.698479 $\cdot 10^{-1}$
			1.559	0.628931	0.128243	1.98536	0.503686	0.691720 $\cdot 10^{-1}$
1.40281	0.712586	0.175684	1.56504	0.628863	0.126594	1.98681	0.503320	0.687290 $\cdot 10^{-1}$
1.40786	0.711478	0.173985				1.99044	0.502420	0.686458 $\cdot 10^{-1}$
1.40826	0.710096	0.173667	1.60	0.62500	0.126185	1.99377	0.501563	0.683034 $\cdot 10^{-1}$
1.4095	0.709471	0.173299	1.63	0.61350	0.12020	1.99611	0.500975	0.680638 $\cdot 10^{-1}$
1.41232	0.708055	0.172467	1.65	0.60606	0.11640	1.99803	0.500492	0.678679 $\cdot 10^{-1}$
1.41360	0.707418	0.172031	1.65368	0.604711	0.115708			
1.41707	0.705680	0.171073	1.662	0.601685	0.114175	2.00110	0.499726	0.678167 $\cdot 10^{-1}$
1.41992	0.704261	0.170244	1.67	0.598802	0.112723	2.00154	0.499614	0.675114 $\cdot 10^{-1}$
1.42658	0.700975	0.168324	1.68	0.595238	0.110936			
1.42957	0.699511	0.167471	1.69984	0.588291	0.107732	2.015	0.496276	0.6750073 $\cdot 10^{-1}$
1.43087	0.698875	0.167101				2.01539	0.496184	0.661256 $\cdot 10^{-1}$
1.43203	0.698209	0.166771	1.70	0.588235	0.107461	2.01882	0.495338	0.657869 $\cdot 10^{-1}$
1.43954	0.696264	0.165040	1.70240	0.587408	0.105144	2.0228	0.494346	0.653891 $\cdot 10^{-1}$
1.44	0.695137	0.164729	1.716	0.56275	0.104769	2.03	0.492611	0.646973 $\cdot 10^{-1}$

Tabelle 1. (Fortsetzung 4.)

x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$
2.058	0.485908	0.62055 · 10 ⁻¹				2.86406	0.349155	0.199146 · 10 ⁻¹
2.06735	0.483716	0.612602 · 10 ⁻¹	2.5	2.4	0.32834 · 10 ⁻¹	2.87151	0.348249	0.197155 · 10 ⁻¹
2.08515	0.479581	0.596065 · 10 ⁻¹	2.50339	0.399457	0.326785 · 10 ⁻¹	2.89411	0.345530	0.191244 · 10 ⁻¹
2.1	0.476190	0.583126 · 10 ⁻¹	2.51923	0.394997	0.319628 · 10 ⁻¹			
2.13	0.46949	0.55282 · 10 ⁻¹	2.5374	0.394142	0.314533 · 10 ⁻¹	2.90375	0.344382	0.190178 · 10 ⁻¹
2.14390	0.466440	0.546652 · 10 ⁻¹	2.54004	0.393695	0.310480 · 10 ⁻¹	2.91401	0.343170	0.186196 · 10 ⁻¹
2.14849	0.465444	0.542988 · 10 ⁻¹	2.54048	0.393626	0.310290 · 10 ⁻¹	2.93453	0.340770	0.181138 · 10 ⁻¹
2.15346	0.464391	0.539128 · 10 ⁻¹	2.56050	0.390544	0.301762 · 10 ⁻¹	2.93543	0.340665	0.180920 · 10 ⁻¹
2.16310	0.462301	0.531497 · 10 ⁻¹	2.57470	0.388395	0.295867 · 10 ⁻¹	2.94174	0.339935	0.179402 · 10 ⁻¹
2.17	0.46083	0.52496 · 10 ⁻¹	2.57668	0.388096	0.295055 · 10 ⁻¹	2.967	0.33704	0.177956 · 10 ⁻¹
2.17060	0.460703	0.523704 · 10 ⁻¹	2.57726	0.388010	0.294817 · 10 ⁻¹	2.96719	0.337009	0.173366 · 10 ⁻¹
2.17950	0.458923	0.522485 · 10 ⁻¹	2.59535	0.385304	0.287513 · 10 ⁻¹	2.97804	0.33592	0.170892 · 10 ⁻¹
2.18531	0.457561	0.514390 · 10 ⁻¹				2.99065	0.334375	0.168039 · 10 ⁻¹
2.19699	0.456164	0.505862 · 10 ⁻¹	2.6	0.384615	0.286737 · 10 ⁻¹			
			2.60469	0.383923	0.283818 · 10 ⁻¹	3.01245	0.331956	0.16322 · 10 ⁻¹
2.2	0.454545	0.50365 · 10 ⁻¹	2.61706	0.382108	0.279005 · 10 ⁻¹	3.02307	0.330789	0.160934 · 10 ⁻¹
2.22	0.45045	0.48923 · 10 ⁻¹	2.62268	0.381290	0.276840 · 10 ⁻¹	3.03	0.330	0.16000 · 10 ⁻¹
2.26	0.442478	0.481728 · 10 ⁻¹	2.62336	0.381190	0.276586 · 10 ⁻¹			
2.24105	0.442219	0.474540 · 10 ⁻¹	2.63113	0.380064	0.273635 · 10 ⁻¹	3.1	0.32258	0.14532 · 10 ⁻¹
2.26624	0.441260	0.456605 · 10 ⁻¹	2.63459	0.373562	0.272333 · 10 ⁻¹	3.12505	0.320199	0.140967 · 10 ⁻¹
			2.635	0.379506	0.272179 · 10 ⁻¹	3.13038	0.314481	0.139617 · 10 ⁻¹
2.3115	0.432630	0.428780 · 10 ⁻¹	2.65898	0.376084	0.26333 · 10 ⁻¹	3.13297	0.319188	0.13912 · 10 ⁻¹
2.32555	0.430006	0.420244 · 10 ⁻¹	2.65933	0.376035	0.263206 · 10 ⁻¹	3.141	0.31837	0.137662 · 10 ⁻¹
2.34409	0.426605	0.409261 · 10 ⁻¹	2.66070	0.375840	0.262750 · 10 ⁻¹	3.15684	0.316773	0.134818 · 10 ⁻¹
2.34707	0.426063	0.407525 · 10 ⁻¹	2.67812	0.373397	0.256494 · 10 ⁻¹			
2.34756	0.425975	0.407242 · 10 ⁻¹	2.68434	0.372532	0.254313 · 10 ⁻¹	3.214	0.311139	0.125044 · 10 ⁻¹
2.35599	0.424451	0.402379 · 10 ⁻¹	2.68752	0.372090	0.253204 · 10 ⁻¹	3.21837	0.310716	0.1245 · 10 ⁻¹
2.36	0.423728	0.40009 · 10 ⁻¹	2.69595	0.370926	0.250294 · 10 ⁻¹	3.278	0.305064	0.114994 · 10 ⁻¹
2.38476	0.419324	0.386245 · 10 ⁻¹				3.28173	0.304717	0.114462 · 10 ⁻¹
2.38672	0.418985	0.385087 · 10 ⁻¹	2.7	0.370370	0.248733 · 10 ⁻¹	3.29548	0.303446	0.112428 · 10 ⁻¹
			2.72310	0.367230	0.241163 · 10 ⁻¹	3.29838	0.303179	0.112005 · 10 ⁻¹
2.4	0.416667	0.369799 · 10 ⁻¹	2.72424	0.367076	0.240787 · 10 ⁻¹			
2.418	0.413564	0.368814 · 10 ⁻¹	2.73255	0.365959	0.238068 · 10 ⁻¹	3.30737	0.302355	0.110700 · 10 ⁻¹
2.41978	0.413259	0.367556 · 10 ⁻¹	2.74743	0.363976	0.233281 · 10 ⁻¹	3.33870	0.299518	0.106035 · 10 ⁻¹
2.42834	0.411711	0.363141 · 10 ⁻¹	2.77038	0.360963	0.22610 · 10 ⁻¹	3.34141	0.299275	0.105904 · 10 ⁻¹
2.44	0.409836	0.357216 · 10 ⁻¹	2.77982	0.359935	0.223214 · 10 ⁻¹	3.3591	0.299768	0.105664 · 10 ⁻¹
2.44320	0.409299	0.355609 · 10 ⁻¹	2.78340	0.359274	0.222132 · 10 ⁻¹	3.37645	0.296168	0.101197 · 10 ⁻¹
2.44545	0.408930	0.354484 · 10 ⁻¹				3.38771	0.295184	0.997310 · 10 ⁻²
2.44620	0.408798	0.364109 · 10 ⁻¹	2.8	0.35714	0.21718 · 10 ⁻¹	3.39464	0.294146	0.982013 · 10 ⁻²
2.452	0.407830	0.351227 · 10 ⁻¹	2.81291	0.355504	0.213420 · 10 ⁻¹			
2.47	0.404864	0.342454 · 10 ⁻¹	2.81652	0.355048	0.212467 · 10 ⁻¹	3.42362	0.292088	0.952041 · 10 ⁻²
2.47274	0.404410	0.341133 · 10 ⁻¹	2.82521	0.353956	0.209817 · 10 ⁻¹	3.42468	0.291998	0.950738 · 10 ⁻²
2.48053	0.403141	0.337425 · 10 ⁻¹	2.82719	0.355709	0.209321 · 10 ⁻¹	3.46183	0.288864	0.906233 · 10 ⁻²
2.49221	0.401251	0.331948 · 10 ⁻¹	2.83415	0.352840	0.207358 · 10 ⁻¹	3.473	0.287935	0.893286 · 10 ⁻²
2.49413	0.400942	0.331051 · 10 ⁻¹	2.86	0.349650	0.202699 · 10 ⁻¹	3.48909	0.286607	0.874975 · 10 ⁻²
2.49424	0.400923	0.330999 · 10 ⁻¹	2.86174	0.349437	0.199970 · 10 ⁻¹			

Tabelle 1. (Fortsetzung 5.)

x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$
3.5	0.28571	0.83520 $\cdot 10^{-2}$	4.08464	0.244820	0.412012 $\cdot 10^{-2}$	5.5	0.18182	0.72251 $\cdot 10^{-3}$
3.52682	0.283354	0.833539 $\cdot 10^{-2}$	4.08635	0.244717	0.411135 $\cdot 10^{-2}$	5.54074	0.180481	0.708141 $\cdot 10^{-3}$
3.54531	0.282064	0.81402 $\cdot 10^{-2}$				5.55964	0.179868	0.692519 $\cdot 10^{-3}$
3.597	0.278009	0.761908 $\cdot 10^{-2}$	4.12810	0.242237	0.390298 $\cdot 10^{-2}$	5.63309	0.177524	0.635124 $\cdot 10^{-3}$
3.599	0.277816	0.759856 $\cdot 10^{-2}$	4.15555	0.240642	0.377258 $\cdot 10^{-2}$	5.79307	0.172620	0.52625 $\cdot 10^{-3}$
			4.18403	0.240010	0.364170 $\cdot 10^{-2}$			
3.64251	0.274536	0.718913 $\cdot 10^{-2}$				6.00464	0.166533	0.410895 $\cdot 10^{-3}$
3.647	0.274198	0.714813 $\cdot 10^{-2}$	4.22478	0.236698	0.346256 $\cdot 10^{-2}$	6.02490	0.165978	0.4103 $\cdot 10^{-3}$
			4.24379	0.235638	0.338215 $\cdot 10^{-2}$	6.19148	0.161514	0.362478 $\cdot 10^{-3}$
3.74129	0.267294	0.634120 $\cdot 10^{-2}$	4.290	0.23310	0.319462 $\cdot 10^{-2}$	6.20429	0.161179	0.32570 $\cdot 10^{-3}$
3.75510	0.266304	0.623245 $\cdot 10^{-2}$				6.23531	0.160377	0.314182 $\cdot 10^{-3}$
3.76958	0.265282	0.611786 $\cdot 10^{-2}$	4.30672	0.232197	0.312947 $\cdot 10^{-2}$	6.26594	0.159524	0.303217 $\cdot 10^{-3}$
3.776	0.264830	0.606756 $\cdot 10^{-2}$	4.32349	0.231295	0.306547 $\cdot 10^{-2}$	6.32684	0.158057	0.282554 $\cdot 10^{-3}$
3.79610	0.263428	0.591611 $\cdot 10^{-2}$	4.38109	0.228750	0.286243 $\cdot 10^{-2}$	6.39117	0.156463	0.26228 $\cdot 10^{-3}$
			4.39387	0.227584	0.281106 $\cdot 10^{-2}$	6.43674	0.155351	0.2498 $\cdot 10^{-3}$
3.81006	0.262464	0.581273 $\cdot 10^{-2}$				6.44170	0.155238	0.247402 $\cdot 10^{-3}$
3.81541	0.262399	0.57869 $\cdot 10^{-2}$	4.50572	0.221940	0.24515 $\cdot 10^{-2}$	6.4910	0.154059	0.233715 $\cdot 10^{-3}$
3.81566	0.262078	0.577179 $\cdot 10^{-2}$				6.49772	0.153900	0.231908 $\cdot 10^{-3}$
3.825	0.261438	0.57042 $\cdot 10^{-2}$	4.65109	0.215003	0.205353 $\cdot 10^{-2}$	6.54265	0.152843	0.220196 $\cdot 10^{-3}$
3.82668	0.261186	0.567775 $\cdot 10^{-2}$	4.67027	0.214220	0.200625 $\cdot 10^{-2}$	6.64832	0.150414	0.194960 $\cdot 10^{-3}$
3.830	0.261097	0.566831 $\cdot 10^{-2}$				6.67182	0.149884	0.189334 $\cdot 10^{-3}$
3.83363	0.260849	0.564242 $\cdot 10^{-2}$	4.99825	0.200471	0.134674 $\cdot 10^{-2}$	6.71880	0.148836	0.181813 $\cdot 10^{-3}$
3.85881	0.259148	0.546621 $\cdot 10^{-2}$				6.73989	0.148370	0.175489 $\cdot 10^{-3}$
3.86502	0.258713	0.542267 $\cdot 10^{-2}$	5.00680	0.199729	0.133664 $\cdot 10^{-2}$	6.80773	0.146892	0.162345 $\cdot 10^{-3}$
3.87165	0.258287	0.537845 $\cdot 10^{-2}$				6.81059	0.146830	0.161813 $\cdot 10^{-3}$
3.88585	0.257394	0.52867 $\cdot 10^{-2}$	5.05	0.198635	0.132476 $\cdot 10^{-2}$	6.92593	0.144387	0.141785 $\cdot 10^{-3}$
3.89863	0.25650	0.500992 $\cdot 10^{-2}$	5.06	0.197571	0.125186 $\cdot 10^{-2}$			
			5.08008	0.196848	0.122428 $\cdot 10^{-2}$	7.04130	0.142020	0.124265 $\cdot 10^{-4}$
3.907	0.25595	0.48858 $\cdot 10^{-2}$	5.09464	0.196284	0.117931 $\cdot 10^{-2}$	7.09061	0.141091	0.11746 $\cdot 10^{-4}$
3.91261	0.255585	0.510871 $\cdot 10^{-2}$				7.33909	0.136258	0.88527 $\cdot 10^{-4}$
3.91271	0.255578	0.510804 $\cdot 10^{-2}$	5.12100	0.195275	0.116580 $\cdot 10^{-2}$	7.48327	0.133648	0.749830 $\cdot 10^{-4}$
3.91342	0.255499	0.510030 $\cdot 10^{-2}$	5.14940	0.194197	0.112691 $\cdot 10^{-2}$	7.59221	0.131714	0.664320 $\cdot 10^{-4}$
3.92374	0.254859	0.503780 $\cdot 10^{-2}$	5.17204	0.193347	0.109689 $\cdot 10^{-2}$	7.73005	0.129366	0.568460 $\cdot 10^{-4}$
3.92559	0.254738	0.502612 $\cdot 10^{-2}$	5.18735	0.192775	0.107701 $\cdot 10^{-2}$	7.75805	0.128899	0.550768 $\cdot 10^{-4}$
3.93504	0.254126	0.494719 $\cdot 10^{-2}$				7.85119	0.127369	0.495834 $\cdot 10^{-4}$
3.94412	0.253261	0.489144 $\cdot 10^{-2}$	5.21004	0.192306	0.106082 $\cdot 10^{-2}$	7.86805	0.127096	0.48650 $\cdot 10^{-4}$
3.950	0.253165	0.48858 $\cdot 10^{-2}$	5.23412	0.191054	0.101861 $\cdot 10^{-2}$	7.97799	0.125345	0.429842 $\cdot 10^{-4}$
3.97072	0.251844	0.474973 $\cdot 10^{-2}$						
3.98899	0.250990	0.464238 $\cdot 10^{-2}$	5.31796	0.188042	0.9219 $\cdot 10^{-3}$	8.00618	0.124904	0.416423 $\cdot 10^{-4}$
			5.32862	0.187665	0.921193 $\cdot 10^{-3}$	8.06255	0.124130	0.390845 $\cdot 10^{-4}$
4.00309	0.249808	0.456126 $\cdot 10^{-2}$	5.33745	0.187355	0.900226 $\cdot 10^{-3}$	8.08781	0.123642	0.379882 $\cdot 10^{-4}$
			5.37504	0.186041	0.861525 $\cdot 10^{-3}$	8.16928	0.122410	0.346691 $\cdot 10^{-4}$
4.03128	0.248060	0.454396 $\cdot 10^{-2}$	5.38685	0.185637	0.849545 $\cdot 10^{-3}$	8.17270	0.122359	0.349362 $\cdot 10^{-4}$
4.04	0.247513	0.44789 $\cdot 10^{-2}$	5.39191	0.185463	0.844469 $\cdot 10^{-3}$	8.31109	0.120321	0.295720 $\cdot 10^{-4}$
4.04120	0.247451	0.434925 $\cdot 10^{-2}$	5.44847	0.183508	0.789742 $\cdot 10^{-3}$	8.33947	0.119112	0.286468 $\cdot 10^{-4}$
4.04393	0.247283	0.433450 $\cdot 10^{-2}$				8.44956	0.118346	0.253261 $\cdot 10^{-4}$

Tabelle 1. Fortsetzung 6).

x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{-x}$
8.67336	0.115295	0.19725 $\cdot 10^{-4}$	10.6618	0.0937927	0.21968 $\cdot 10^{-5}$
8.72944	0.114554	0.18107 $\cdot 10^{-4}$	10.6749	0.0936776	0.21656 $\cdot 10^{-5}$
8.80333	0.113594	0.17065 $\cdot 10^{-4}$	10.7501	0.0930225	0.208817 $\cdot 10^{-5}$
8.85754	0.112897	0.16066 $\cdot 10^{-4}$	10.8970	0.0917689	0.169898 $\cdot 10^{-5}$
9.01839	0.110885	0.134349 $\cdot 10^{-4}$	11.011	0.0909	0.15183 $\cdot 10^{-5}$
9.15972	0.109174	0.114842 $\cdot 10^{-4}$	11.0815	0.0902407	0.138921 $\cdot 10^{-5}$
9.30218	0.107502	0.963191 $\cdot 10^{-5}$	11.1193	0.0899337	0.13313 $\cdot 10^{-5}$
9.30768	0.104993	0.952545 $\cdot 10^{-5}$	11.2661	0.0887620	0.113612 $\cdot 10^{-5}$
9.34055	0.107060	0.93989 $\cdot 10^{-5}$	11.3421	0.0881672	0.10459 $\cdot 10^{-5}$
9.4000	0.106383	0.880043 $\cdot 10^{-5}$	11.5139	0.086851	0.97405 $\cdot 10^{-6}$
9.40636	0.106312	0.873905 $\cdot 10^{-5}$	12	0.08333	0.51202 $\cdot 10^{-6}$
9.43585	0.105979	0.845827 $\cdot 10^{-5}$	13	0.07691	0.17387 $\cdot 10^{-6}$
9.49782	0.105287	0.789823 $\cdot 10^{-5}$	14	0.0714	0.59395 $\cdot 10^{-7}$
9.53127	0.104918	0.761152 $\cdot 10^{-5}$	15	0.06667	0.20394 $\cdot 10^{-7}$
9.53388	0.104890	0.758960 $\cdot 10^{-5}$	16	0.06290	0.70335 $\cdot 10^{-8}$
9.65782	0.103502	0.66177 $\cdot 10^{-5}$	17	0.058235	0.24352 $\cdot 10^{-8}$
9.69	0.10320	0.63880 $\cdot 10^{-5}$	18	0.05555	0.84612 $\cdot 10^{-9}$
9.69630	0.103132	0.63456 $\cdot 10^{-5}$			
10.0071	0.0999232	0.45044 $\cdot 10^{-5}$			
10.2119	0.0979254	0.35986 $\cdot 10^{-5}$			
10.3441	0.0966738	0.311116 $\cdot 10^{-5}$			
10.4682	0.0955270	0.270297 $\cdot 10^{-5}$			
10.6373	0.0940087	0.225656 $\cdot 10^{-5}$			

Tabelle 2.

Positive x .

x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{+x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{+x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} e^{+x}$
0.0130021	76.9110	77.9176				0.873288	1.1451	2.74223
0.0139619	71.6233	72.6304	0.145548	6.87057	7.94700			
0.0174524	57.2927	58.3075	0.147841	6.76402	7.84172	0.999148	1.0001	2.7183
			0.153208	6.52704	7.60788			
0.0216410	46.2087	47.2195	0.155297	6.43951	7.52137	1.19708	0.835372	2.76544
0.0219900	45.4752	46.4862	0.167416	5.97316	7.06175			
0.0233862	42.7604	43.7720	0.173205	5.7735	6.26573	1.22925	0.213504	2.7811
0.0279026	35.8390	36.8522	0.176190	5.67568	6.76919	1.24267	0.806575	2.79465
0.027919	35.8171	36.5696	0.197336	5.0675	6.1731	1.25981	0.793772	2.79785
			0.199186	5.02044	6.12798			
0.0429264	23.2957	24.3172				1.30920	0.763824	2.82860
			0.206732	4.8372	5.9480	1.33900	0.746383	2.84990
			0.21651	0.6181	5.73533			
0.0558052	17.9195	18.9479	0.244260	4.09402	5.22673	1.40182	0.713359	2.89808
			0.289778	3.4509	4.6109	1.42650	0.701016	2.91910
0.06422788	15.5573	16.5901	0.291097	3.43529	4.59605			
						1.59610	0.626526	3.09133
0.0718242	13.9229	14.9599	0.399026	2.50611	3.73503			
0.0752444	13.2900	14.3286				1.99513	0.501221	3.68555
0.0766045	13.0541	14.0934	0.488520	2.04700	3.33642			
0.0776457	12.8790	13.9189				2.39415	0.417684	0.457735
			0.579556	1.72542	3.08037			
0.0837078	11.9463	12.9894	0.582192	1.71765	3.07450			
0.1	10.000	11.0517						
0.111610	8.95974	10.0177	0.732780	1.36467	2.83968			
0.115000	8.69565	9.75542	0.744885	1.3429	2.82741			
0.122130	8.18802	9.25165	0.798051	1.25305	2.78328			
0.12500	8.0000	9.06520	0.799513	1.25071	2.78227			
0.128557	7.77862	8.84577	0.799878	1.25019	2.78201			
0.139513	7.16779	8.24091						

Tabelle 3.

3°		4°		4.45°		4.45°		5°		6°		7°		7.5°		8°	
—r	z	—r	z	—r	z	—r	z	—r	z	—r	z	—r	z	—r	z	—r	z
1.025	0.980	0.985	0.976	1.355	0.951	1.396	0.951	0.83	0.977	1.1	0.957	0.9	0.964	0.632	0.979	0.59	0.981
1.050	0.979	1.0	0.975	2.710	0.865	2.792	0.867	0.849	0.976	1.18	0.951	0.92	0.963	3.15	0.757	0.63	0.978
1.070	0.979	1.4	0.956					1.66	0.930	2.360	0.862	1.08	0.951	3.16	0.756	0.64	0.978
1.1	0.978	1.496	0.952					2.49	0.874			1.2	0.942	6.32	0.504	0.65	0.977
1.925	0.946	1.504	0.951					3.32	0.817			2.160	0.860			0.98	0.953
2.2	0.934	1.97	0.927					4.2	0.760							0.99	0.952
3.3	0.886	3.008	0.868					4.245	0.756							1.00	0.953
4.4	0.831	5.1	0.767					4.26	0.755							1.005	0.951
6.2	0.763	5.15	0.751					4.3	0.749							1.30	0.926
6.5	0.751	5.2	0.748					5.81	0.660							1.95	0.863
11.0	0.593	5.4	0.737					8.49	0.523							2.010	0.860
																2.60	0.798
																3.25	0.734
																3.90	0.673
																4.55	0.616
																5.20	0.563
																5.85	0.515
																6.5	0.471

9°		10°		12°		13°		15°		19.5°		22.5°		30°		45°	
—r	z	—r	z	—r	z	—r	z	—r	z	—r	z	—r	z	—r	z	—r	z
0.56	0.980	0.42	0.987	0.8	0.952	0.442	0.982	0.41	0.981	0.42	0.977	1.370	0.814	0.350	0.977	2.233	0.532
0.6	0.978	0.52	0.981	1.6	0.854	2.14	0.766	0.47	0.977	0.47	0.970			0.375	0.974	4.466	0.177
0.61	0.977	0.58	0.977	2.05	0.753	2.205	0.757	0.740	0.949	0.59	0.957			0.425	0.968		
1.22	0.925	0.9	0.950	2.3775	0.748	2.21	0.756	0.94	0.923	0.61	0.954			0.7	0.922		
3.05	0.728	0.91	0.949	2.4	0.745	2.22	0.754	1.41	0.835	0.63	0.952						
6.1	0.457	1.16	0.924	3.2	0.641	2.3	0.743	1.975	0.765	0.637	0.951	24.5°		35°			
		1.8	0.854	4.0	0.547	2.8	0.673	2.05	0.753	0.65	0.949						
		2.6	0.756	4.755	0.470	4.42	0.477	3.95	0.484	0.74	0.935	—r	z	—r	z		
		2.7	0.745	9.51	0.176			4.1	0.469	0.84	0.922						
		3.6	0.644					4.7	0.401	1.274	0.847						
		4.5	0.553					7.9	0.177			0.534	0.957	2.34	0.528		
		5.2	0.490									0.574	0.951	4.68	0.177		
		5.4	0.474									0.581	0.950				
		5.8	0.443									0.148	0.847				
		6.3	0.406														
		7.2	0.347														

Vita.

Ich, Robert Friedrich Pauli, Sohn des Herrn Dr. phil. Philipp Pauli, Director der Farbwerke Höchst a/Main, bin geboren in Ziegelhausen bei Heidelberg am 26. Mai 1866. Schon früh entriss mir der Tod meine unvergessliche Mutter Laura geb. Forster. Mit meinem 10. Jahre trat ich aus der Volksschule in Mannheim in das Gymnasium ebenda ein; besuchte später die Gymnasien in Gotha, Rastatt und Baden-Baden. Darauf ging ich ein Jahr lang nach Schottland, wo ich in Glasgow Vorlesungen hörte und diente dann mein Jahr in München bei der Artillerie ab. Meine eigentlichen Studien begann ich Herbst 1888 am Polytechnikum in Darmstadt unter den Herrn Professoren Dr. Städel, Dr. Gundelfinger, Dr. Henneberg und Dr. Mehmke, und setzte dieselben auf der Universität Göttingen unter den Herrn Professoren Geheimrat Dr. Schering, Dr. Schwarz, Dr. Riecke, Dr. Wallach, Dr. Klein, Dr. Voigt und Dr. Nernst fort. Nachdem ich in Göttingen meine Dissertation in ihrem experimentellen Theile zum Abschluss gebracht hatte, brachte ich meine beiden letzten Semester zu Leipzig in dem Laboratorium von Herrn Prof. Dr. Ostwald zu.

Allen diesen meinen hochverehrten Lehrern sage ich hiermit meinen besten Dank. Hauptsächlich aber sei es mir an dieser Stelle gestattet meinen hochverehrten Lehrern Herren Prof. Dr. E. Riecke und Prof. Dr. W. Nernst für ihr stetes Interesse meinen herzlichen Dank hiermit auszusprechen.

Pauli, Robert

Bestimmung der Empfindlichkeitskonstanten eines Galvanometers mit
astatischem Nadelpaar und aperiodischer Dämpfung Inaug.-Diss.

Göttingen 1893

4 Phys.sp. 187 n

urn:nbn:de:bvb:12-bsb00074737-8